Quarta Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 12 / 11 / 12

Nome: **Assinatura:**

1. Dada uma função $f : A \to B$, A e B subconjuntos não vazios de $I\!R$, pede-se:
   (a) a definição de $\lim_{x \to a} f(x) = L \in I\!R$, para $a \in A'$;
   (b) a definição de que f é contínua em $a \in A$.

(0.5 cada item)

2. Utilizando as definições da questão anterior prove que:
   (a) $\lim_{x \to 2} \frac{3x^2-12}{x-2} = 12$;
   (b) $f : I\!N \to I\!R$ é contínua em qualquer $n \in I\!N$.

(1.5 cada item)

3. Prove que se $f : I \to I\!R$ é contínua e não nula num intervalo I, então

$$f(x) > 0, \forall x \in I \quad \text{ou} \quad f(x) < 0, \forall x \in I.$$

(2.0 a questão)

4. Enuncie o Teorema (ou corolário) de Weierstrass para funções contínuas em conjuntos compactos.

(1.0 a questão)

5. (a) Dê exemplo de uma função que, apesar de contínua, não assume valor de máximo e/ou mínimo num intervalo.
   (b) Dê exemplo de uma função $f : [a, b] \to I\!R$ que não assume valor de máximo e/ou mínimo num intervalo.

(0.5 cada item)

6. Uma função $f : A \to I\!R$ é dita *lipschitziana* se existe uma constante $k > 0$, tal que

$$|f(a) - f(a)| \leqslant k|a - b| \quad , \quad \forall a, b \in A.$$

   Prove que se $f : A \to I\!R$ é uma função lipschitziana, então f é uniformemente contínua em A.

(2.0 a questão)