

Quarta Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise

Prof. David Pires Dias - 12 / 11 / 12

Nome:

Assinatura:

1. (a) Sejam $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A \subset \mathbb{R}$, e $a \in A'_+$. Defina precisamente o que significa $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$.
(0.5 o item)

- (b) Utiliza a definição do exercício anterior para provar que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x^2} = \infty$.
(1.0 o item)

2. Dada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e nula em todos os racionais, prove que $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
(2.0 a questão)

3. Sejam $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ tais que para $a \in A \subset \mathbb{R}$ e $M > 0$ tenhamos

$$|f(x) - f(a)| \leq M|g(x) - g(a)| \quad , \quad \forall x \in A.$$

Prove que se g é contínua em a , então f também será.

(2.0 a questão)

4. (a) Enuncie o Teorema do Valor Intermediário.
(1.0 o item)

- (b) Demonstre o Teorema do Valor Intermediário enunciado na questão anterior.
(2.0 o item)

5. (a) Dê exemplos, se possível, de funções que por não satisfazerem alguma das hipóteses do T.V.I. também não satisfazem a tese (pelo menos um exemplo para cada hipótese).
(1.0 o item)

- (b) Dê exemplo, se possível, de uma função que apesar de não satisfazer a hipótese, ainda assim satisfaz a tese do TVI.
(0.5 o item)