Segunda Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 24 / 09 / 12

Nome: **Assinatura:**

1. Encontre os exemplos pedidos nos itens abaixo, justificando sempre sua resposta:
   (a) Uma sequência divergente que possua uma subsequência convergente.
   (b) Uma sequência convergente e que não seja de Cauchy.
   (c) Uma sequência crescente e estritamente decrescente ao mesmo tempo.
   (d) Uma sequência divergente com $liminf x_n \neq limsup x_n$.
   (e) Uma sequência convergente e com termos que alternam seu sinal.

(0.5 cada item)

2. Enuncie o Teorema sobre a Unicidade do limite de uma sequência.

(1.0 a questão)

3. Demonstre o Teorema enunciado na questão anterior.

(1.5 a questão)

4. Dada a sequencia $(x_n)_{n \in N}$, com $x_1 = \sqrt{2}$ e $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, $\forall n \in I\!N$. Pede-se:
   (a) Mostre que $(x_n)_{n \in N}$ é limitada.
   (b) Mostre que $(x_n)_{n \in N}$ é monótona.
   (c) Conclua que $(x_n)_{n \in N}$ converge e com isto calcule o valor de $\lim_{n \to \infty} x_n$.

(1.0 cada item)

5. Dada a sequência $(a_n)_{n \in N}$, com $a_n < M$, $\forall n \in I\!N$, e $\lim_{n \to \infty} a_n = a$. Prove que $a \leqslant M$.

(2.5 a questão)