Segunda Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 24 / 09 / 12

Nome: **Assinatura:**

1. Defina rigorosamente limite de uma sequência.

(1.0 a questão)

2. Utilizando a definição acima demonstre que a sequência $(a_n)_{n\in N}$, com $a_n = \left(\frac{2n}{n+1}\right)$, é tal que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2$.

(1.0 a questão)

3. Encontre os exemplos pedidos nos itens abaixo, justificando sempre sua resposta:
   (a) Uma sequência monótona e divergente.
   (b) Uma sequência de Cauchy que não seja convergente.
   (c) Uma sequência estritamente crescente e estritamente decrescente ao mesmo tempo.
   (d) Uma sequência divergente com $liminf x_n \neq limsup x_n$.
   (e) Uma sequência convergente e com termos que alternam seu sinal.

(0.5 cada item)

4. Dada uma sequência $(a_n)_{n\in N}$ com $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L > 1$. Prove que existe $n_0 \in I\!N$, tal que $a_n > 1$ para todo $n > n_0$.

(2.0 a questão)

5. O que aconteceria com o exercício anterior se tívessemos suposto $L \geqslant 1$? Justifique.

(1.0 a questão)

6. Prove que toda sequência limitada de números reais possui uma subsequência convergente.

(2.5 a questão)