

**Primeira Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise**  
**Prof. David Pires Dias - 23 / 08 / 12**

**Nome:**

**Assinatura:**

1. Dada a função  $f : A \rightarrow B$  prove que  $f$  é injetora se, e somente se,  $f$  possui função inversa à esquerda.

(2.0 a questão)

2. Dê exemplos de funções que satisfazem a condição anterior e de funções que não satisfazem (justificando sua resposta).

(1.0 a questão)

3. Dadas a família  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  encontre  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$  e  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$  em cada um dos itens abaixo.

(a)  $A_n = ]-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}[$

(c)  $A_n = [n, \infty[$

(b)  $A_n = [n, n + 5[$

(d)  $A_n = ]0, \frac{6}{n}[$

(0.5 cada item)

4. Dados  $a, b$  e  $c$  elementos de um corpo ordenado  $K$ , prove (justificando cada passagem) que se  $a > 0$ , então:

$$ab \leq ac \Leftrightarrow b \leq c.$$

(2.0 a questão)

5. Dado  $K$  corpo ordenado, defina o que dizer  $K$  ser completo.

(1.0 a questão)

6. Mostre que o corpo ordenado  $\mathbb{Q}$  não é completo.

(1.0 a questão)

7. Encontre os seguintes exemplos, se existirem, justificando-os:

(a) Dois conjuntos enumeráveis que não possuam bijeção entre si.

(b) Dois conjuntos enumeráveis distintos que possuam bijeção entre si.

(c) Um conjunto enumerável e um não-enumerável que possuam bijeção entre si.

(0.5 cada item)