

Lista de Exercícios III - MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 2012

Séries

1. Tente demonstrar sozinho os critérios de convergência para séries de termos positivos (da razão, da raiz e comparação, por exemplo).
2. Decida se as séries de termos positivos abaixo são convergentes ou não (usando o critério que julgar necessário), não se esqueça de justificar suas respostas.

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n}$	(f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$	(k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^n}$	(p) $\sum_{n=1}^{\infty} n^b a^n, 0 < a < 1$
(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log n}$	(g) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}\log n}$	(l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{2^{n^2}}, a > 0$	(q) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3}}$	(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$	(m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 a^n}{2^{n^2}}, a > 0$	(r) $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2}$
(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-23n+9}{4n^3 \sqrt{n+7}-2n+\cos^3 n^2}$	(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$	(n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!(1-\cos n^2)}{2.5.8...(3n-1)}$	(s) $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}$
(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-\sin^2 3n}{2^n+n^2+1}$	(j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$	(o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!(2+\sin n^2)}{3.5.7...(2n-1)}$	(t) $\sum_{n=1}^{\infty} n^k e^{-n}$

3. Decida se as séries abaixo são convergentes ou não, justificando completamente suas respostas:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(3n)}{n^2+1}$	(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{\sqrt{n}(2+\sqrt{n})}$	(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - (-3)^n}{(2n)! - n!}$
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1}$	(f) $\sum_{n=1}^{\infty} n! e^{-n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$	(j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sin n}{1.3.5...(2n-1)}$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$	(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$	(k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cos n$
(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n - \sin n}{n\sqrt{n}}$	(h) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n!)^{-\frac{1}{2}} n^2 \sin\left(\frac{1}{3n}\right)$	(l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! \cos n}{(n!)^3}$

4. Demonstre o critério da série-p.
5. Um pessoa solta uma bola a 2 metros de altura e esta cai verticalmente, bate no solo e volta a subir até a metade da altura em que foi solta. Sabendo que este processo se repete indefinidamente, calcule qual a distância total percorrida pela bola.
6. Prove que se a série de termos positivos $\sum a_n$ é convergente, então $\sum (a_n)^2$ também converge.
7. Utilizando a mesma idéia demonstre que se a série de termos positivos $\sum a_n$ é convergente, então $\sum (a_n)^k$, para $k > 1$, também converge.
8. Defina precisamente o que é uma série absolutamente convergente e o que é uma série condicionalmente convergente e dê exemplos.
9. Resolva os exercícios 1, 4, 7 e 8 da página 51 e os exercícios 8, 9 e 12 das páginas 56 e 57 do livro [GA1].

Referências

[EL1] Lima, E. L. - Curso de Análise vol. 1, 12ed. Rio de Janeiro: SBM/IMPA, 2006.

[GA1] Ávila, G. S. S. - Introdução à Análise Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blicher, 2000.