

Lista de Exercícios II - MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 2012

Sequências

1. Refaça algumas demonstrações como, por exemplo, as dos Teoremas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 14 do Capítulo IV do livro [EL1]. Observe também os corolários desses Teoremas e os teoremas 7, 9, 10, 12 e 13 deste mesmo capítulo.
2. Encontre exemplos de sequências com as seguintes propriedades (caso estas existam):
 - a) Limitada e convergente.
 - b) Limitada e não convergente.
 - c) Monótona e limitada que não converge.
 - d) Monótona e limitada que converge.
 - e) Convergente com $\lim inf \neq \lim sup$.
 - f) Divergente com $\lim inf \neq \lim sup$.
 - g) Divergente com $\lim inf = \lim sup$.
 - h) Ilimitada e de Cauchy.
 - i) Divergente e de Cauchy.
 - j) Convergente e que não é de Cauchy.
 - k) Estritamente crescente e que não seja crescente.
 - l) Estritamente decrescente e que não seja decrescente.
 - m) Crescente e que não seja estritamente crescente.
 - n) Decrescente e que não seja estritamente decrescente.
 - o) Que seja crescente e decrescente ao mesmo tempo.
 - p) Que seja estritamente crescente e estritamente decrescente ao mesmo tempo.
 - q) Convergente que possua uma subsequência que não é convergente.
 - r) Divergente que possua uma subsequência convergente.
3. Sejam $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ duas sequências em que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$. Encontre exemplos de sequências deste tipo que satisfazem as condições abaixo:
 - a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \infty$.
 - b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$.
 - c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$.
 - d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 5$.
 - e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \alpha$, para $\alpha \in \mathbb{R}_+$.
 - f) $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n - b_n] = \infty$.
 - g) $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n - b_n] = -\infty$.
 - h) $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n - b_n] = 0$.
 - i) $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n - b_n] = 1$.
 - j) $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n - b_n] = \alpha$, para $\alpha \in \mathbb{R}$.
4. Resolva os exercícios 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 14, 17, 18 e 21 do Capítulo IV do livro [EL1].
5. Resolva os exercícios 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13 e 14 das páginas 24 e 25 e os exercícios 1, 3, 4 e 16 das páginas 32 e 33 do livro [GA1].

Referências

[EL1] Lima, E. L. - Curso de Análise vol. 1, 12ed. Rio de Janeiro: SBM/IMPA, 2006.

[GA1] Ávila, G. S. S. - Introdução à Análise Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blcher, 2000.