

MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Lista 6 - Máximos e mínimos - Multiplicadores de Lagrange
Semestre 1 de 2022

Wilson Cuellar

1. Determine os pontos críticos das funções abaixo e classifique-os

(a) $f(x, y) = (2x - x^2)(2y - y^2)$

(c) $f(x, y) = (x - 1)^3 + (y - 2)^3 - 3x - 3y$

(b) $f(x, y) = xy e^{-x^2 - y^2}$

(d) $f(x, y) = y \cos x$

2. Determine os valores de a tais que a função

$$f(x, y) = 2ax^4 + y^2 - ax^2 - 2y$$

tenha exatamente um ponto de sela e dois pontos de mínimo local.

3. Mostre que $f(x, y) = xy^2 e^{-(x^2 + y^2)^4}$ tem um número infinito de pontos críticos.
4. Mostre que $f(x, y) = x^2 + 5y^2(1 + x)^3$ tem apenas um único ponto crítico, de mínimo local, mas f não tem valor de mínimo absoluto.
5. Encontre o máximo e mínimo da função dada na região indicada. Faça um esboço da região.

(a) $f(x, y) = 5 - 3x + 4y$ no triângulo (com interior e bordas) cujos vértices são $(0, 0)$, $(4, 0)$ e $(4, 5)$.

(b) $f(x, y) = xy e^{-x^2 - y^2}$ em $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \leq 0, y \geq 0\}$

(c) $f(x, y) = (4x - x^2) \cos y$ em $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 3, \frac{-\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}$

(d) $f(x, y) = y^2 - x^2$ em $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$

(e) $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2$ em $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$

6. Determine os valores máximo e mínimo da função f sujeita às restrições dadas

(a) $f(x, y) = xy; 9x^2 + y^2 = 4$

(b) $f(x, y) = x^2 + y^2; x^4 + y^4 = 1$

(c) $f(x, y) = x^3 y; x^2 + 2y^2 = 1$

(d) $f(x, y, z) = x - z; x^2 + y^2 = z$ e $z = 2y$

(e) $f(x, y, z) = xyz; x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

7. Determine as dimensões da caixa retangular sem tampa de maior volume que pode ser construída com 27cm^2 de papelão.
8. Determine as dimensões do paralelepípedo de volume máximo, com faces paralelas aos planos coordenados, de modo que uma das faces está contida no plano $z = 0$ e a correspondente face oposta tem os seus vértices no parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2, z > 0$.
9. Suponha que $T(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ represente uma distribuição de temperatura no plano. Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y \geq x, 2y + x \leq 4\}$. Determine o ponto de A de menor temperatura.
10. Qual o ponto do plano $x + 2y - z + 4 = 0$ que está mais próximo do ponto $(1, 1, 1)$?
11. Determine 3 números reais positivos cuja soma é 100, cujo produto seja máximo.