

MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Curvas polares e comprimento de curva - Lista 2
Semestre 1 de 2022

Wilson Cuellar Carrera
cuellar@ime.usp.br

1. Considere as seguintes curvas. Encontre as interseções de γ com os eixos. Ache os pontos da curva nos quais a tangente é horizontal ou vertical. Encontre o vetor tangente em cada ponto da curva e estude o comportamento de γ' . Estude a concavidade. Faça um esboço da imagem da curva.

(a) $\gamma(t) = (t(t^2 - 3), 3(t^2 - 3)), t \in \mathbb{R}$.

(b) $\gamma(t) = (t^3 - 3t^2, t^3 - 3t), t \in \mathbb{R}$.

(c) $\gamma(t) = (t^2 - 1, t^6 - t^4), t \in \mathbb{R}$.

(d) $\gamma(t) = (t^2, t^3 - 3t), t \in \mathbb{R}$.

2. Calcule o comprimento das seguintes curvas

(a) $\gamma(t) = (2t^2 - 1, 4t^2 + 3), t \in [-4, 4]$.

(e) $\gamma(t) = (t, \ln t), t \in [1, e]$.

(b) $\gamma(t) = (1 + 3t^2, 4 + 2t^3), t \in [0, 1]$.

(c) $\gamma(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t), t \in [0, \pi]$.

(f) $\gamma(t) = (3 \cos t + \cos 3t, 3 \sin t - \sin 3t),$
 $t \in [0, \pi]$.

(d) $\gamma(t) = (e^t + e^{-t}, 5 - 2t), t \in [0, 3]$.

3. Esboce a curva dada por coordenadas polares

(a) $r = 2$.

(f) $r = 1 + \sin \theta$.

(b) $\theta = \pi/4$.

(g) $r = 3 \cos \theta$.

(c) $r = \theta$.

(h) $r = 2 \cos 3\theta$.

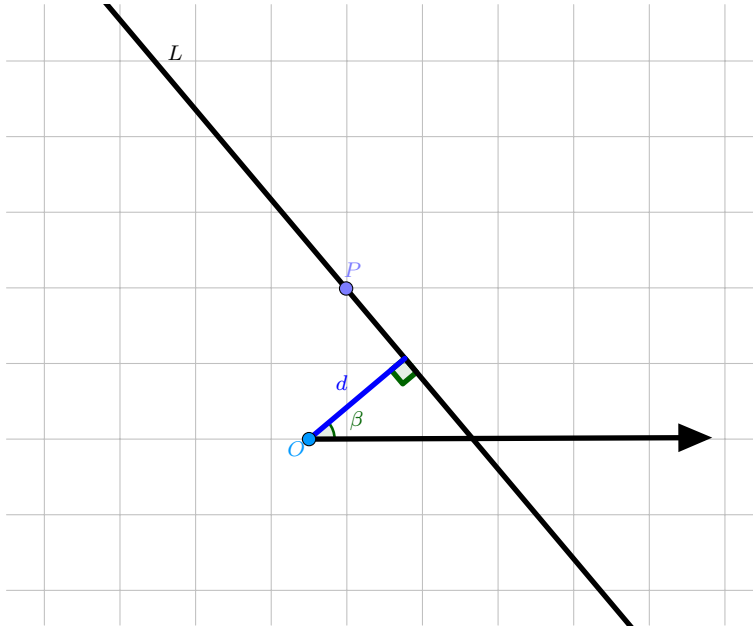
(d) $r = \cos \theta$.

(e) $r = \sin 2\theta$.

(i) $r = 3(1 + \sin \theta), \theta \in [0, \pi]$.

4. Seja L uma reta no plano que não passa pelo polo O . Suponha que $d > 0$ é a distância da reta L com O e seja β o ângulo descrito na figura. Mostre que se um ponto P de coordenadas polares (r, θ) pertence à reta L então

$$r \cos(\theta - \beta) = d$$



5. Calcule a área das regiões que é delimitada pelas curvas dadas e está no setor especificado.

- (a) $r = \theta$, $\theta \in [0, \pi]$.
- (b) $r = 1 + \text{sen } \theta$, $\theta \in [0, 2\pi]$.
- (c) $r = \text{sen } \theta$, $\theta \in [\pi/3, 2\pi/3]$.
- (d) $r = 2 + 2 \cos \theta$, $\theta \in [0, \pi]$.