MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I, 2019
Lista 7 - Máximos e mínimos - Multiplicadores de Lagrange

Wilson Cuellar

1. Determine os pontos críticos das funções abaixo e classifique-os

   (a) $f(x,y) = (2x - x^2)(2y - y^2)$

   (b) $f(x,y) = xye^{-x^2-y^2}$

   (c) $f(x,y) = (x-1)^3 + (y-2)^3 - 3x - 3y$

   (d) $f(x,y) = y\cos x$

   (e) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$

   (f) $f(x,y) = 3xy^2 + y^2 - 3x - 6y + 7$

2. Determine os valores de a tais que a função
$$f(x,y) = 2ax^4 + y^2 - ax^2 - 2y$$
tenha exatamente um ponto de sela e dois pontos de mínimo local.

3. Mostre que $f(x,y) = xy^2 e^{-(x^2+y^2)^4}$ tem um número infinito de pontos críticos.

4. Mostre que $f(x,y) = x^2 + 5y^2(1+x)^3$ tem apenas um único ponto crítico, de mínimo local, mas f não tem valor de mínimo absoluto.

5. Encontre o máximo e mínimo da função dada na região indicada. Faça um esboço da região.

   (a) $f(x,y) = 5 - 3x + 4y$ no triângulo (com interior e bordas) cujos vértices são $(0,0)$, $(4,0)$ e $(4,5)$.

   (b) $f(x,y) = xye^{-x^2-y^2}$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2,\, x \leq 0,\, y \geq 0\}$

   (c) $f(x,y) = 2x^3 + y^4$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

   (d) $f(x,y) = 2x^2 - xy + y^2 + 7x$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -3 \leq x \leq 3,\, -3 \leq y \leq 3\}$

   (e) $f(x,y) = (4x - x^2)\cos y$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 3,\, \frac{-\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}$

   (f) $f(x,y) = y^2 - x^2$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$

   (g) $f(x,y) = x^2 - 2xy + 2y^2$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$

   (h) $f(x,y) = 3x - y$ em $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

6. Determine os valores máximo e mínimo da função f sujeita às restrições dadas

   (a) $f(x,y) = xy$; $9x^2 + y^2 = 4$

   (b) $f(x,y) = x^2 + y^2$; $x^4 + y^4 = 1$

   (c) $f(x,y) = x^3 y$; $x^2 + 2y^2 = 1$

   (d) $f(x,y,z) = x - z$; $x^2 + y^2 = z$ e $z = 2y$

   (e) $f(x,y,z) = xyz$; $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

   (f) $f(x,y) = x^2 + y^2 + z^2$; $x^4 + y^4 + z^4 = 1$

7. Determine as dimensões da caixa retangular sem tampa de maior volume que pode ser construída com $27cm^2$ de papelão.

8. Determine as dimensões do paralelepípedo de volume máximo, com faces paralelas aos planos coordenados, de modo que uma das faces está contida no plano $z = 0$ e a correspondente face oposta tem os seus vértices no parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$, $z > 0$.

9. Suponha que $T(x,y) = 4 - x^2 - y^2$ represente uma distribuição de temperatura no plano. Seja $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0,\, y \geq 0,\, y \geq x,\, 2y + x \leq 4\}$. Determine o ponto de A de menor temperatura.

10. Qual o ponto do plano $x + 2y - z + 4 = 0$ que está mais próximo do ponto $(1,1,1)$?

11. Determine 3 números reais positivos cuja soma é 100, cujo produto seja máximo.