

MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I, 2019  
Lista 4 - Funções de 2 variáveis: Limites e continuidade

Wilson Cuellar

1. Em cada caso abaixo calcule o limite se existir, ou mostre que o limite não existe. Justifique sua resposta.

(a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}$

(b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{x^4 + 2x^2y + 5y^2}$

(c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$

(d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 + xy + 5y^2}{3x^2 + 5y^2}$

(e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(2x)}{x(y^2 - 1)}$

(f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^3 - y^3}{x - y}$

(g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$

(h)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

(i)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{y - x^3}$

(j)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 \cos(x^3 + 2y)}{x^4 + y^2}$

(k)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x-y)}{x^3 + y^3}$

(l)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

(m)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \sin\left(\frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$

(n)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 \sin(x^2 + y^2)}{x^4 + y^2}$

2. Determine os pontos de continuidade da seguinte função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \sin(x) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Determine o valor de  $a$  para que a seguinte função seja contínua

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ a & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4. Determine os valores de  $a$  e  $b$  para que a seguinte função seja contínua

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 + ay^{4/3} + bx}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ a & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$