

MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I, 2019
Lista 3 - Funções de 2 variáveis: Domínio, gráficos e curvas de
nível

Wilson Cuellar

1. Para cada função dada, determine o domínio e faça um esboço; determine a imagem de f .

(a) $f(x, y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{1-y}$;

(b) $f(x, y) = \sqrt{y-x^2}$;

(c) $f(x, y) = \frac{x+y^2}{x-\pi y}$;

(d) $f(x, y) = \frac{x^2-2xy+4}{x^4y^4+2}$;

(e) $f(x, y) = \sqrt{|x|-|y|}$;

(f) $f(x, y) = \frac{x-y}{\sin x - \sin y}$;

(g) $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$;

(h) $f(x, y) = \tan(x-2y)$;

(i) $f(x, y) = \frac{x}{y^x}$;

(j) $f(x, y) = e^{\sqrt{1-x^2-y^2}}$.

2. Determine a família de curvas de nível de cada uma das seguintes funções e faça um esboço.

(a) $f(x, y) = 1 - x - y$;

(b) $f(x, y) = y - \cos x$;

(c) $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2-y^2}$;

(d) $f(x, y) = xy$;

(e) $f(x, y) = \frac{x}{y}$;

(f) $f(x, y) = y - x^2$;

(g) $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$;

(h) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{16-x^2-y^2}}$;

(i) $f(x, y) = x - \sqrt{1-y^2}$;

(j) $f(x, y) = \frac{2xy^2}{x^2+y^4}$.

3. Encontre uma parametrização para a curva de nível k de f nos seguintes casos:

(a) $f(x, y) = \frac{1}{x^2-y^2}$, $k = 1$; (b) $f(x, y) = x + 2y - 3$, $k = -2$; (c) $f(x, y) = x - \sqrt{1-2y^2}$, $k = 5$.

Determine a reta tangente às curvas acima nos pontos $(\sqrt{2}, 1)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ e $(6, 0)$, respectivamente.

4. Esboçe o gráfico de cada função:

(a) $f(x, y) = \sin y$;

(b) $f(x, y) = 1 - x - y$;

(c) $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2$;

(d) $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$;

(e) $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2+y^2}$;

(f) $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2}$;

(g) $f(x, y) = -\sqrt{x^2+y^2}$;

(h) $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2-4}$;

(i) $f(x, y) = y - x^2$;

(j) $f(x, y) = x^2 + 4y^2$;

(k) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y + 3$;

(l) $f(x, y) = \frac{x}{x^2+1}$;

(m) $f(x, y) = \sqrt{x^2+9y^2}$;

(n) $f(x, y) = xy$;

(o) $f(x, y) = (x-y)^2$;

(p) $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2+1}$.