

Provinha 4
Curso de Verão 2018 - Tópicos de Álgebra Linear

9 fevereiro de 2018

1. Considere \mathbb{R}^4 com o produto interno usual. Seja W o subespaço de \mathbb{R}^4 gerado pelos vetores $\{(1, 2, 3, -4), (-5, 4, 3, 2)\}$.

(a) Encontre uma base ortonormal de W .

(b) Seja $v = (1, 1, 1, 1)$. Determine $P_W(v)$ (a projeção ortogonal de v sobre W).

2. Seja V um espaço vetorial real com produto interno.

(a) Prove que para quaisquer $u, v \in V$

$$\langle u, v \rangle = \frac{1}{4}\|u + v\|^2 - \frac{1}{4}\|u - v\|^2.$$

(b) Seja $T \in \mathcal{L}(V)$ um operador linear em V tal que $\|T(v)\| = \|v\|$ para todo $v \in V$. Mostre que $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ para todos $u, v \in V$.