

Provinha 2
Curso de Verão 2018 - Tópicos de Álgebra Linear

17 janeiro de 2018

1. Sejam V e W \mathbb{K} -espaços vetoriais e seja $T \in \mathcal{L}(V, W)$. Defina $\tilde{T} : V/\text{Nuc } T \rightarrow W$ por

$$\tilde{T}(\bar{v}) = T(v).$$

- (a) Mostre que \tilde{T} está bem definida (i.e., que independe da escolha do representante de \bar{v}). Prove que \tilde{T} é linear.
- (b) Prove que \tilde{T} é injetora.
- (c) Prove que $\text{Im } \tilde{T} = \text{Im } T$.
- (d) Prove que $V/\text{Nuc } T$ é isomorfo a $\text{Im } T$.

2. Considere $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por

$$T(x, y, z) = (2y + z, 3z, 0).$$

- (a) Determine uma base para $\text{Im } T$ e $\text{Nuc } T$. Encontre o posto e a nulidade de T .
- (b) Prove que $T^3 = 0$.
- (c) Encontre uma base \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$