Provinha 1
Curso de Verão 2018 - Tópicos de Álgebra Linear

10 janeiro de 2018

1. Considere $M_2(\mathbb{C})$ o espaço vetorial das 2×2 matrizes sobre o corpo dos números complexos. Sejam

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}) \,:\, a_{11} + a_{12} = 0 \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}) \,:\, a_{11} + a_{21} = 0 \right\}.$$

   (a) Prove que W_1 e W_2 são subespaços de $M_2(\mathbb{C})$.

   (b) Encontre uma base e determine a dimensão de W_1, W_2, $W_1 \cap W_2$ e $W_1 + W_2$.

2. Verifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

   (a) Se $\{u, v, w\}$ é um conjunto linearmente independente de um espaço vetorial real V, então $\{u + v, u + w, v + w\}$ também é linearmente independente em V.

   (b) Sejam W_1 e W_2 subespaços de $\mathbb{R}^9$. Se $dim_{\mathbb{R}} W_1 = dim_{\mathbb{R}} W_2 = 5$, então $W_1 \cap W_2 \neq \{0\}$.

   (c) Seja V um espaço vetorial real e sejam W, W_1 e W_2 subespaços de V. Se $W_1 + W = W_2 + W$, então $W_1 = W_2$.