

MAC 6711 - Tópicos de Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2025

Lista 9

1. O problema do empacotamento unidimensional (*bin packing problem*) consiste no seguinte:

Dados um número inteiro positivo n e, para cada i em $\{1, \dots, n\}$, um número racional c_i no intervalo fechado $[0, 1]$, encontrar uma partição $\mathcal{B}$ de $\{1, \dots, n\}$ tal que $c(B) \leq 1$ para todo B em $\mathcal{B}$ e $|\mathcal{B}|$ seja mínimo.

Mostre que o algoritmo abaixo é uma 2-aproximação para ele. Exiba uma instância (n, c) para a qual este algoritmo produz uma partição $\mathcal{B}$ tal que $|\mathcal{B}| = 2 \text{opt} - 1$, onde opt pode ter um valor arbitrariamente grande.

```
EMPAC-NEXT-FIT ( $n, c$ )
1   $k \leftarrow 1$ 
2   $B_k \leftarrow \emptyset$ 
3  PARA  $i$  DE 1 A  $n$  FAÇA
4      SE  $c_i \leq 1 - c(B_k)$ 
5          ENTÃO  $B_k \leftarrow B_k \cup \{i\}$ 
6      SENÃO  $k \leftarrow k + 1$ 
7           $B_k \leftarrow \{i\}$ 
8  DEVOLVA  $\{B_1, \dots, B_k\}$ 
```

2. Considere a variante do TSP onde buscamos um caminho hamiltoniano de custo mínimo no grafo dado. Modifique o algoritmo de Christofides para que ele seja uma $\frac{3}{2}$ -aproximação para esta variante do TSP, considerando apenas instâncias métricas do problema. Mostre não apenas o algoritmo, mas também a análise da razão de aproximação para instâncias métricas.
3. Considere outras duas variantes do TSP. Na primeira, queremos um caminho hamiltoniano de custo mínimo dentre os que começam em um dado vértice s . Na segunda, queremos um caminho hamiltoniano de custo mínimo dentre os que começam em um dado vértice s e terminam em um dado vértice t . Modifique o algoritmo de Christofides para que ele seja um algoritmo de aproximação com razão menor que 2 para o caso métrico de cada uma destas variantes.
4. Mostre que a 2-aproximação e o algoritmo de Christofides para o TSP métrico podem produzir péssimos resultados se aplicados a instâncias do TSP que não satisfazem a desigualdade triangular.