

MAC0338 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2024

Lista 8

1. O diâmetro de um grafo é o máximo das distâncias entre dois vértices. Escreva código que usa o algoritmo de Dijkstra para calcular o diâmetro de um grafo.
2. Considere um digrafo (grafo dirigido) com custos positivos associados aos vértices. O custo de um caminho num tal digrafo é a soma dos custos dos vértices do caminho. Queremos encontrar um caminho de custo mínimo dentre os que começam num vértice s e terminam num vértice t . Adapte o algoritmo de Dijkstra para resolver esse problema.
3. Seja s um vértice de um digrafo G com custos positivos nos arcos. Para cada vértice v de G , seja $x[v]$ o custo de *algum* caminho de s a v em G . Escreva um algoritmo eficiente que verifique se $x[v]$, para todo v , é a distância de s a v em G . Explique porque seu algoritmo está correto.
4. Mostre que o algoritmo de Dijkstra pode produzir resultados errados se o digrafo tiver arcos de custo estritamente negativo.
5. Escreva um algoritmo que recebe conjuntos S e T de vértices de um grafo e calcula a distância de S a T , ou seja, o custo de um caminho de custo mínimo que começa em algum vértice em S e termina em algum vértice em T . O algoritmo deve consumir o mesmo tempo de execução que o algoritmo de Dijkstra. Justifique que seu algoritmo está correto. *Dica:* Basta introduzir uma pequena modificação no algoritmo de Dijkstra.
6. Escreva um algoritmo que encontre um arco cuja remoção causa o maior aumento na distância de um vértice s a um vértice t .
7. Suponha que trocamos a linha 4 do algoritmo do Dijkstra como segue

4. while $|Q| > 1$

Isso faz com que a execução do laço execute $|V| - 1$ vezes no lugar de $|V|$ vezes. Será que o algoritmo continua correto?

8. Dado um digrafo $G = (V, E)$ em que cada aresta $(u, v) \in E$ tem associado um valor $r(u, v)$, que é um número real no intervalo $[0, 1]$ que representa a confiança de um canal de comunicação do vértice u até o vértice v . Interpretamos $r(u, v)$ como a probabilidade de que o canal de u a v não falhe, e supomos que tais probabilidades são independentes. Dê um algoritmo eficiente (mesmo tempo de execução que o de Dijkstra) que acha um caminho mais confiável entre dois vértices dados.
9. Seja $G = (V, E)$ um digrafo com pesos $w : E \rightarrow \{0, 1, \dots, W\}$ para algum W . Modifique o algoritmo de Dijkstra para que compute os caminhos mínimos a partir de um vértice s em tempo $O(W|V| + |E|)$.
10. Seja $G = (V, E)$ um digrafo com pesos $w : E \rightarrow \{0, 1, \dots, W\}$ para algum W . Modifique o algoritmo de Dijkstra para que compute os caminhos mínimos a partir de um vértice s em tempo $O((|V| + |E|) \lg W)$. (*Dica:* Quantas estimativas distintas de caminhos mínimos podem existir em $V - S$ em cada iteração do algoritmo?)