Tópicos de Análise de Algoritmos

Método guloso

Sec 4.2 do KT e Sec 16.4 do CLRS

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Escalonamento: permutação π, onde
$\pi(i)$ denota a posição da tarefa i na ordem de execução.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Escalonamento: permutação π, onde
$\pi(i)$ denota a posição da tarefa i na ordem de execução.

Dado π, o instante de início da tarefa i é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Escalonamento: permutação π, onde
$\pi(i)$ denota a posição da tarefa i na ordem de execução.

Dado π, o instante de início da tarefa i é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a i.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Escalonamento: permutação π, onde
$\pi(i)$ denota a posição da tarefa i na ordem de execução.

Dado π, o instante de início da tarefa i é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a i.

Instante de término: $f_i = s_i + t_i$.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Escalonamento: permutação π, onde
$\pi(i)$ denota a posição da tarefa i na ordem de execução.

Dado π, o instante de início da tarefa i é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a i.

Instante de término: $f_i = s_i + t_i$.

Atraso ℓ_i: 0 se $f_i \leq d_i$ e $f_i - d_i$ se $f_i > d_i$.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i

t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,

s_i: início do processamento da tarefa i

f_i: fim do processamento da tarefa i

ℓ_i: atraso da tarefa i

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i
t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,
s_i: início do processamento da tarefa i
f_i: fim do processamento da tarefa i
ℓ_i: atraso da tarefa i

Problema: Dados d e t, encontrar π cujo atraso máximo é mínimo.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i
t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,
s_i: início do processamento da tarefa i
f_i: fim do processamento da tarefa i
ℓ_i: atraso da tarefa i

Problema: Dados d e t, encontrar π cujo atraso máximo é mínimo.

Exemplo 1: $t_1 = 1$ e $d_1 = 2$, $t_2 = 2$ e $d_2 = 4$, $t_3 = 3$ e $d_3 = 6$.

Mais um problema de escalonamento

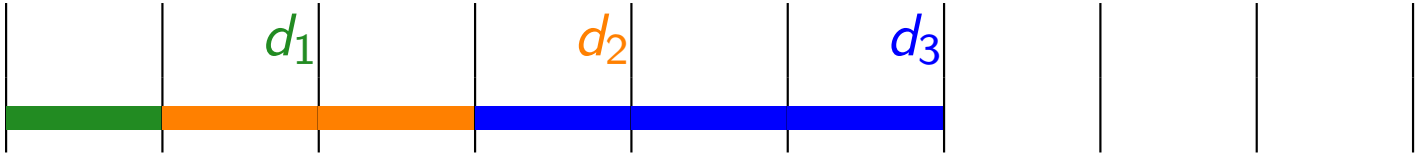
d_i: deadline da tarefa i
t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,
s_i: início do processamento da tarefa i
f_i: fim do processamento da tarefa i
ℓ_i: atraso da tarefa i

Problema: Dados d e t, encontrar π cujo atraso máximo é mínimo.

Exemplo 1: $t_1 = 1$ e $d_1 = 2$, $t_2 = 2$ e $d_2 = 4$, $t_3 = 3$ e $d_3 = 6$.

Escalonamento com atraso mínimo: $(1, 2, 3)$



Atrasos: $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 0$.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i
t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,
s_i: início do processamento da tarefa i
f_i: fim do processamento da tarefa i
ℓ_i: atraso da tarefa i

Problema: Dados d e t, encontrar π cujo atraso máximo é mínimo.

Exemplo 2: $t_1 = 1$ e $d_1 = 4$, $t_2 = 2$ e $d_2 = 5$, $t_3 = 3$ e $d_3 = 3$.

Mais um problema de escalonamento

d_i: deadline da tarefa i
t_i: tempo de processamento da tarefa i

Dado escalonamento π,
s_i: início do processamento da tarefa i
f_i: fim do processamento da tarefa i
ℓ_i: atraso da tarefa i

Problema: Dados d e t, encontrar π cujo atraso máximo é mínimo.

Exemplo 2: $t_1 = 1$ e $d_1 = 4$, $t_2 = 2$ e $d_2 = 5$, $t_3 = 3$ e $d_3 = 3$.

Escalonamento com atraso mínimo: $(3, 1, 2)$

Atrasos: $\ell_1 = 0$, $\ell_2 = 1$, e $\ell_3 = 0$.

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona?

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona? Não...

  Exemplo: $d_1 = 9$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona? Não...

  Exemplo: $d_1 = 9$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona? Não...

  Exemplo: $d_1 = 9$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

- LST - least slack time (menor $d_i - t_i$ primeiro)

  Funciona?

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona? Não...

  Exemplo: $d_1 = 9$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

- LST - least slack time (menor $d_i - t_i$ primeiro)

  Funciona? Também não...

  Exemplo: $d_1 = 2$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor t_i primeiro)

  Funciona? Não...

  Exemplo: $d_1 = 9$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

- LST - least slack time (menor $d_i - t_i$ primeiro)

  Funciona? Também não...

  Exemplo: $d_1 = 2$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

Possíveis critérios gulosos

- LST - least slack time (menor $d_i - t_i$ primeiro)

  Funciona? Também não...

  Exemplo: $d_1 = 2$ e $t_1 = 1$, $d_2 = 8$ e $t_2 = 8$.

- EDD - earliest due date (menor d_i primeiro)

  Funciona?

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)

1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$

2 **devolva** π

Nem olhamos o t... Será que isso funciona???

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)

1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$

2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)
1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento,
uma inversão é um par de índices i e j tais que $\pi(i) < \pi(j)$ e $d_i > d_j$.

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)
1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento,
uma inversão é um par de índices i e j tais que $\pi(i) < \pi(j)$ e $d_i > d_j$.

Afirmação 1:
Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)
1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento,
uma inversão é um par de índices i e j tais que $\pi(i) < \pi(j)$ e $d_i > d_j$.

Afirmação 1:
Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

Prova: Qualquer que seja a ordem das tarefas com deadline d,
elas, juntas, consomem o mesmo tempo para serem executadas.
Em cada bloco de tarefas com um mesmo deadline d,
a mais atrasada é a que foi escalonada por último.
O atraso máximo nesse bloco é sempre o atraso da última.

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)
1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento,
uma inversão é um par de índices i e j tais que $\pi(i) < \pi(j)$ e $d_i > d_j$.

Afirmação 1:
Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

Afirmação 2:
Existe uma solução que não tem nenhuma inversão.

Prova: Se houver uma inversão, há uma entre tarefas consecutivas.
Inverta duas tarefas consecutivas que formam uma inversão.
Isso não aumenta o atraso máximo. Repita até não haver inversão.

Algoritmo resultante

GULOSO (d, t, n)
1 seja π permutação tq $d[\pi^{-1}(1)] \leq \cdots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
2 **devolva** π

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento,
uma inversão é um par de índices i e j tais que $\pi(i) < \pi(j)$ e $d_i > d_j$.

Afirmação 1:
Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

Afirmação 2:
Existe uma solução que não tem nenhuma inversão.

Disso segue que o algoritmo funciona.

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Problema 1: Dados U e $\mathcal{C}$,
encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Problema 1: Dados U e $\mathcal{C}$,
encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

```
GULOSO (U, C)
1   S ← ∅
2   enquanto existe e em U tal que S ∪ {e} ∈ C faça
3       S ← S ∪ {e}
4   devolva S
```

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Problema 1: Dados U e $\mathcal{C}$,
encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

```
GULOSO (U, C)
1   S ← ∅
2   enquanto existe e em U tal que S ∪ {e} ∈ C faça
3       S ← S ∪ {e}
4   devolva S
```

GULOSO encontra um conjunto maximal de $\mathcal{C}$.

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Problema 1: Dados U e $\mathcal{C}$,
encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

```
GULOSO (U, C)
1   S ← ∅
2   enquanto existe e em U tal que S ∪ {e} ∈ C faça
3       S ← S ∪ {e}
4   devolva S
```

GULOSO encontra um conjunto maximal de $\mathcal{C}$.

Se $\mathcal{C}$ é um matroide então
todo conjunto maximal de $\mathcal{C}$ tem o mesmo tamanho.

Definição de matroides

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.
(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Se $\mathcal{C}$ é um matroide então
GULOSO sempre encontra um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

Definição de matroides

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.
(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Se $\mathcal{C}$ é um matroide então
GULOSO sempre encontra um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

$\mathcal{C}$ é um matroide se, para todo par A, B de conjuntos de $\mathcal{C}$
para os quais $|A| < |B|$, existe $e \in B \setminus A$ tal que $A \cup \{e\} \in \mathcal{C}$.

Definição de matroides

U: conjunto finito arbitrário.

$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.
(subconjuntos de conjuntos em $\mathcal{C}$ estão em $\mathcal{C}$)

Se $\mathcal{C}$ é um matroide então
GULOSO sempre encontra um conjunto de $\mathcal{C}$ de tamanho máximo.

$\mathcal{C}$ é um matroide se, para todo par A, B de conjuntos de $\mathcal{C}$
para os quais $|A| < |B|$, existe $e \in B \setminus A$ tal que $A \cup \{e\} \in \mathcal{C}$.

Essa é a definição do CLRS.

Exemplos de matroides

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Exemplos de matroides

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Dado um grafo G, a coleção de
todos os conjuntos de arestas de florestas de G é um matroide.

Exemplos de matroides

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Dado um grafo G, a coleção de
todos os conjuntos de arestas de florestas de G é um matroide.

Grafo bipartido $G = (U \cup V, E)$.
M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo
uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.
M_U é um matroide.

Exemplos de matroides

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Dado um grafo G, a coleção de
todos os conjuntos de arestas de florestas de G é um matroide.

Grafo bipartido $G = (U \cup V, E)$.
M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.
M_U é um matroide.

M_V: a coleção análoga com V no lugar de U.

Claro que M_V também é um matroide.

Exemplos de matroides

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Dado um grafo G, a coleção de
todos os conjuntos de arestas de florestas de G é um matroide.

Grafo bipartido $G = (U \cup V, E)$.
M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.
M_U é um matroide.

M_V: a coleção análoga com V no lugar de U.

Claro que M_V também é um matroide.

E $M_U \cap M_V$? É ou não é um matroide?

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito.
$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

Pesos positivos para os elementos de U.

Problema 2: Encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito.
$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

Pesos positivos para os elementos de U.

Problema 2: Encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.

```
GULOSO (U, w, C)
1   (e_1, ..., e_n) ← ORDENE(U, w)   ▷ ordem decrescente dos pesos
2   S ← ∅
3   para i ← 1 até n faça
4         se S ∪ {e_i} ∈ C
5               então S ← S ∪ {e_i}
6   devolva S
```

Matroides e o método guloso

U: conjunto finito.
$\mathcal{C}$: família não vazia de subconjuntos de U hereditária.

Pesos positivos para os elementos de U.

Problema 2: Encontrar um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.

```
GULOSO (U, w, C)
1   (e_1, ..., e_n) ← ORDENE(U, w)   ▷ ordem decrescente dos pesos
2   S ← ∅
3   para i ← 1 até n faça
4         se S ∪ {e_i} ∈ C
5               então S ← S ∪ {e_i}
6   devolva S
```

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo acima resolve o Problema 2.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Seja i o menor possível tal que $e_i \in S \setminus O$.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Seja i o menor possível tal que $e_i \in S \setminus O$.

Seja $A = (S \cap O) \cup \{e_i\}$. Note que $A \subseteq S$, logo $A \in \mathcal{C}$.
Seja A' um conjunto maximal de $\mathcal{C}$ tal que $A \subseteq A' \subseteq O \cup \{e_i\}$.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Seja i o menor possível tal que $e_i \in S \setminus O$.

Seja $A = (S \cap O) \cup \{e_i\}$. Note que $A \subseteq S$, logo $A \in \mathcal{C}$.
Seja A' um conjunto maximal de $\mathcal{C}$ tal que $A \subseteq A' \subseteq O \cup \{e_i\}$.

Como $\mathcal{C}$ é um matroide, $|A'| = |O|$.

De fato:
$\mathcal{C}$ é um matroide se, para todo par A, B de conjuntos de $\mathcal{C}$
para os quais $|A| < |B|$, existe $e \in B \setminus A$ tal que $A \cup \{e\} \in \mathcal{C}$.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Seja i o menor possível tal que $e_i \in S \setminus O$.

Seja $A = (S \cap O) \cup \{e_i\}$. Note que $A \subseteq S$, logo $A \in \mathcal{C}$.
Seja A' um conjunto maximal de $\mathcal{C}$ tal que $A \subseteq A' \subseteq O \cup \{e_i\}$.

Como $\mathcal{C}$ é um matroide, $|A'| = |O|$.
Logo $A' = O \setminus \{e_j\} \cup \{e_i\}$, com $j > i$.
Portanto o peso de A' é maior ou igual ao peso de O,
ou seja, A' tem peso máximo.

Prova do teorema

Teorema: Se $\mathcal{C}$ é um matroide,
então o algoritmo anterior resolve o Problema 2.

Esboço da prova:
Seja O um conjunto de $\mathcal{C}$ de peso máximo.
Seja S o conjunto devolvido pelo algoritmo.

Se $O = S$, não há nada a provar. Senão, note que $S \not\subseteq O$.

Seja i o menor possível tal que $e_i \in S \setminus O$.

Seja $A = (S \cap O) \cup \{e_i\}$. Note que $A \subseteq S$, logo $A \in \mathcal{C}$.
Seja A' um conjunto maximal de $\mathcal{C}$ tal que $A \subseteq A' \subseteq O \cup \{e_i\}$.

Como $\mathcal{C}$ é um matroide, $|A'| = |O|$.
Logo $A' = O \setminus \{e_j\} \cup \{e_i\}$, com $j > i$.
Portanto o peso de A' é maior ou igual ao peso de O,
ou seja, A' tem peso máximo.

Repetindo esse processo, provamos que S e O têm o mesmo peso.

Consequência nos exemplos

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Se cada vetor tiver um peso, podemos encontrar,
com o algoritmo guloso, uma base de peso máximo.

Consequência nos exemplos

Dado um subconjunto finito de um espaço vetorial, a coleção de todos os conjuntos de vetores LI deste subconjunto é um matroide.

Se cada vetor tiver um peso, podemos encontrar,
com o algoritmo guloso, uma base de peso máximo.

Dado um grafo G, a coleção de
todos os conjuntos de arestas de florestas de G é um matroide.

Se cada aresta tiver um peso, podemos encontrar,
com o algoritmo guloso, uma floresta de peso máximo
(Borůvka/Kruskal).

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

O que é $M_U \cap M_V$?

O que é um conjunto da coleção $M_U \cap M_V$ em G?

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

O que é $M_U \cap M_V$?

O que é um conjunto da coleção $M_U \cap M_V$ em G?

Cada conjunto de $M_U \cap M_V$ é um emparelhamento em G.

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

O que é $M_U \cap M_V$?

O que é um conjunto da coleção $M_U \cap M_V$ em G?

Cada conjunto de $M_U \cap M_V$ é um emparelhamento em G.

Esta coleção é ou não é um matroide?

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

O que é $M_U \cap M_V$?

O que é um conjunto da coleção $M_U \cap M_V$ em G?

Cada conjunto de $M_U \cap M_V$ é um emparelhamento em G.

Esta coleção é ou não é um matroide?

Não é... (nem todo emparelhamento maximal é máximo).
Mas é a interseção de dois matroides.

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

$M_U \cap M_V$ é a coleção dos emparelhamentos de G.

Esta coleção não é um matroide.

Mas é a interseção de dois matroides.

Exemplos de matroides

Grafo bipartido $G = (U \times V, E)$.

M_U: todos os conjuntos S de arestas de G tq no máximo uma aresta de S é incidente a cada vértice de U.

M_V: a coleção analoga com V no lugar de U.

M_U e M_V são matroides.

$M_U \cap M_V$ é a coleção dos emparelhamentos de G.

Esta coleção não é um matroide.

Mas é a interseção de dois matroides.

Existe algoritmo polinomial para encontrar um conjunto (de peso) máximo na interseção de dois matroides (Edmonds).