

Geometria Computacional

Departamento de Ciência da Computação – IME/USP
Primeiro Semestre de 2022

Lista 8

1. Seja P um polígono convexo cujos vértices estão em um vetor, como sempre no sentido anti-horário. Escreva um algoritmo que decide se um dado ponto q pertence a P ou não. O consumo de tempo do seu algoritmo deve ser $O(\lg n)$, onde n é o número de vértices de P .
2. Em algumas máquinas (e.g., PCs), divisão de reais pode ser cerca de 20 vezes mais lenta que multiplicação. Implemente o algoritmo EMPOLÍGONO da aula 13 e faça alguns testes experimentais. Tenha duas implementações do algoritmo, uma com uma divisão real (linha 8 do algoritmo) e outra modificada, evitando a divisão. Cronometre a execução do algoritmo e verifique se há uma diferença significativa na sua máquina.
3. Argumente que, dada uma partição de uma região do plano em polígonos, a primeira versão do algoritmo da aula 13 classifica um ponto em no máximo um dos polígonos.
4. Torne o algoritmo mais rápido, evitando o cálculo de x (a interseção) quando o segmento está no lado negativo do raio.
5. Modifique o algoritmo para que funcione para um ponto arbitrário q e não apenas para a origem. Evite fazer a translação do polígono.
6. (a) Modifique o algoritmo para evitar a única operação com reais (cálculo da interseção). Use uma das primitivas vistas.
(b) Use uma das primitivas para detectar se o ponto está numa das arestas, evitando assim a necessidade da segunda versão do algoritmo.
7. Escreva um algoritmo que determina se uma sequência de n pontos representa um polígono (ou seja, se a sequência representa uma curva poligonal fechada simples). Você consegue fazer um algoritmo $O(n \lg n)$ para isso?
8. Descreva um algoritmo $O(n \lg n)$ para decidir se dois polígonos se intersectam, onde n é a soma do número de vértices dos dois polígonos.
9. Descreva um algoritmo $O(n)$ que decide se dois polígonos convexos se intersectam, onde n é a soma do número de vértices dos dois polígonos.
10. (a) Escreva um algoritmo que usa linha de varredura para pré-processar um dado polígono P de n vértices, de forma que, com a estrutura montada, seja possível detectar se um ponto q pertence ou não a P em tempo $O(\lg n)$.
(b) Quanto tempo consome seu algoritmo do item anterior?
(c) Quanto espaço gasta a estrutura montada?
(d) Escreva o algoritmo que, usando a ED montada pelo algoritmo do item (a), determine se um ponto q pertence ou não a P em tempo $O(\lg n)$.

11. [O'Rourke 2.5.4.1 — Algoritmo de Hertel e Mehlhorn: pior caso em relação ao número de partes] Encontre um polígono genérico que pode levar ao pior caso do algoritmo de Hertel e Mehlhorn: existe uma triangulação e uma ordem para a remoção das diagonais não-essenciais que produz $2r$ partes convexas, onde r é o número de vértices reflexos do polígono.
12. [O'Rourke 2.5.4.2 — Algoritmo de Hertel e Mehlhorn: pior caso em relação ao ótimo] Encontre um polígono genérico que pode levar ao pior caso do algoritmo de Hertel e Mehlhorn em relação à partição ótima: o algoritmo de Hertel e Mehlhorn produz $2r$ partes convexas, mas existe uma partição por diagonais com $\lceil r/2 \rceil + 1$ partes convexas, onde r é o número de vértices reflexos do polígono.