Continuação da aula passada

AULA 26

Função nRainhas (outra versão)

A função nRainhas a seguir imprime todas as configurações de n rainhas em um tabuleiro $n \times n$ que duas a duas não se atacam.

A função mantém no início da cada iteração a seguinte relação invariante

(i0) $s[1 \,..\, i-2]$ é uma solução parcial do problema

Cada iteração procura estender essa solução colocando uma rainha na linha i

Função nRainhas (outra versão)

A função utiliza as funções auxiliares

```
/* Imprime tabuleiro com rainhas em
      s[1..n] */
void
mostreTabuleiro(int n, int *s);

/* Supoe que s[1..i-1] e solucao parcial,
 * verifica se s[1..i] e solucao parcial
 */
int solucaoParcial(int i, int *s);
```

Função nRainhas (outra versão)

```
void nRainhas (int n) {
   int testouTudo = FALSE;
   int i; /* linha atual */
   int j; /* coluna candidata */
   int nJogadas = 0; /* num. da jogada */
   int nSolucoes = 0; /* num. de sol. */
   int *s = mallocSafe((n+1)*sizeof(int));
   /* s[i] = coluna em que esta a rainha i
    * da linha i, para i = 1,...,n.
    * Posicao s[0] nao sera usada.
    */
```

Função nRainhas (outra versão)

```
/* linha inicial e coluna inicial */
i = j = 1;
/* Encontra todas as solucoes.  */
while (testouTudo == FALSE) {
   /* s[1..i-1] eh solucao parcial */
   /* [i][j] e' onde pretendemos colocar
       uma rainha */

   /* CASO 1:  i == 0 */
   if (i == 0) {
       testouTudo = TRUE;
   }
```

Função nRainhas (outra versão)

```
/* CASO 2:  j == n+1 OU
    s[1..i] nao e' solucao parcial */
else if (j == n+1 ||
        solucaoParcial(i,s) == FALSE){
    /* BACKTRACKING */
    /* voltamos para a linha anterior e
    * tentamos a proxima coluna
    */
    j = s[--i]+1; /* stackPop() */
}
```

Função nRainhas (outra versão)

```
/* Caso 3:  i == n+1 */
else if (i == n+1) {
    /* uma solucao foi encontrada */
    nSolucoes++;
    mostreTabuleiro(n, s);
    /* retira do tabuleiro a ultima
    * rainha colocada e volta
    */
    j = s[--i]+1; /* stackPop() */
}
```

Função nRainhas (outra versão)

```
    /* CASO 4:  j <= n &&
                s[1..i-1] e' solucao parcial */
    else {
        /* AVANCA */
        s[i++] = j; /* stackPush() */
        j = 1;
        nJogadas++;
    }
}
```

Função nRainhas (outra versão)

```
    printf(stdout,"\n no. jogadas = %d"
        "\n no. solucoes = %d.\n\n",
        nJogadas, nSolucoes);
    free(s);
}
```

AULA 27

Problema do passeio do cavalo

Fonte: `http://toonclips.com/design/5892`

"*Creating a program to find a knight's tour is a common problem given to computer science students*"

PF 12

http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/enum.html

http://en.wikipedia.org/wiki/Knight's_tour

Problema do passeio do cavalo

Problema: Suponha dado um tabuleiro de xadrez `n`-por-`n`. Determinar se é possivel que um cavalo do jogo de xadrez parta da posição $(1,1)$ e complete um passeio por todas as n^2 posições.

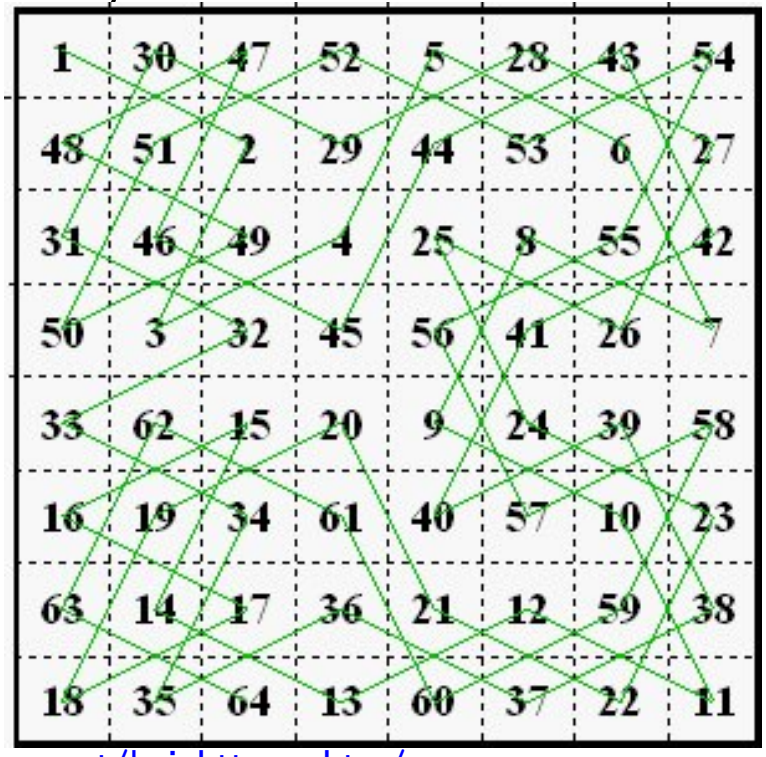


Imagem: http://www.magic-squares.net/knighttours.htm/

Soluções

1	1	10	19	4	25
2	18	5	2	9	14
3	11	20	15	24	3
4	6	17	22	13	8
5	21	12	7	16	23
	1	2	3	4	5

Soluções

1	1	14	11	28	7	4
2	12	27	2	5	10	29
3	15	20	13	8	3	6
4	26	33	24	19	30	9
5	21	16	35	32	23	18
6	34	25	22	17	36	31
	1	2	3	4	5	6

Soluções

1	1	18	27	6	11	16	13
2	28	7	2	17	14	5	10
3	19	26	29	8	3	12	15
4	40	45	20	25	30	9	4
5	37	34	39	44	21	24	31
6	46	41	36	33	48	43	22
7	35	38	47	42	23	32	49
	1	2	3	4	5	6	7

Movimentos do cavalo

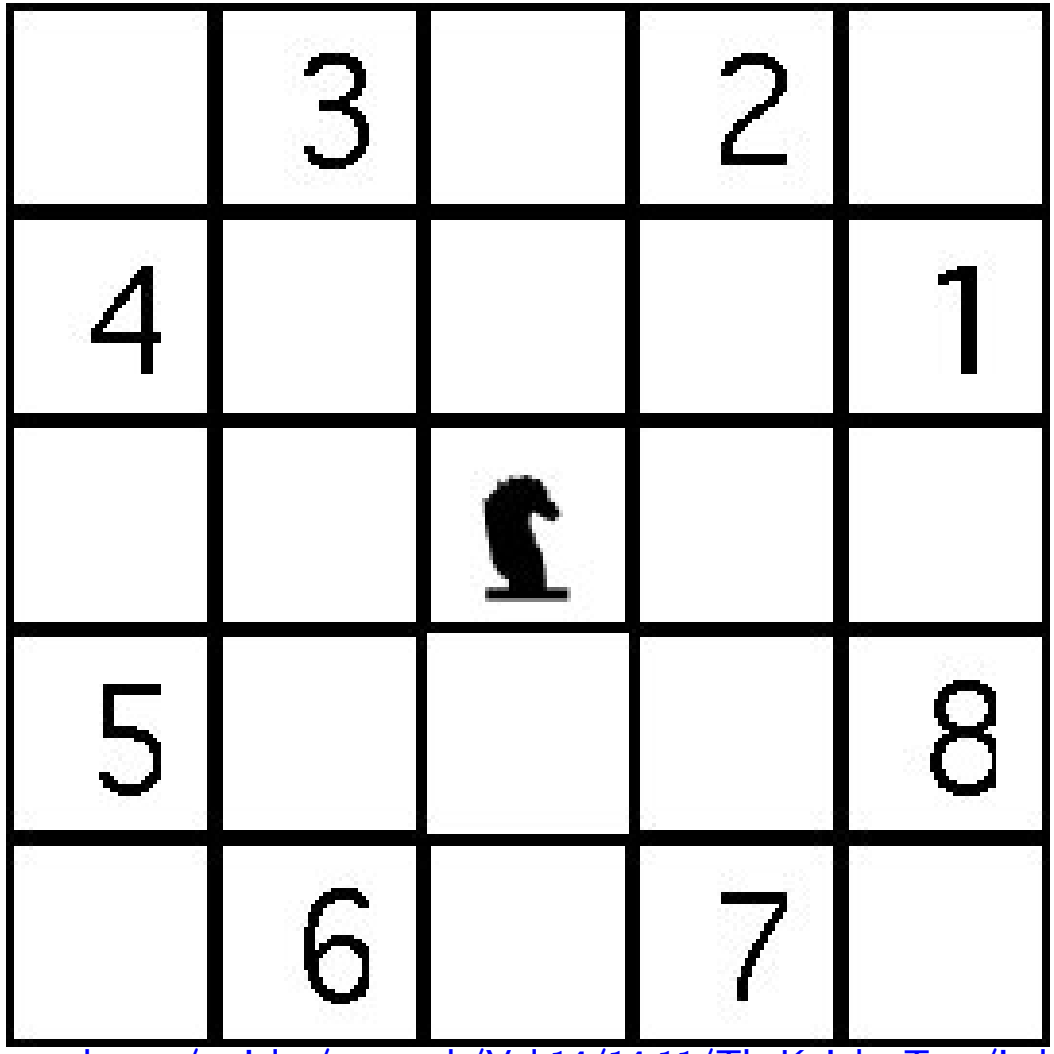


Imagem: http://www.mactech.com/articles/mactech/Vol.14/14.11/TheKnightsTour/index.html

Problema do passeio do cavalo

Cada movimento possível é de um dos tipos 1,. . . ,8 mostrados. De uma maneira grosseira existem 8^{63} sequência de movimentos em um tabuleiro 8×8.

$$8^{63} \approx 7.9 \times 10^{56}$$

Supondo que conseguimos verificar cada sequência em 10^{-6} segundos, o tempo para verificar todas as sequências seria

$$7.9 \times 10^{50} \text{ seg} \approx 1.310^{49} \text{ min} \approx 2.1 \times 10^{47} \text{ horas} \approx$$

Deixa para lá . . .

Algoritmo `passeioCavalo`

A função `passeioCavalo` a seguir imprime, caso exista, uma possível solução para o problema do passeio do cavalo em uma tabuleiro $\mathtt{n} \times \mathtt{n}$.

A função mantém no início da cada iteração a seguinte relação invariante:

(i0) $\mathtt{s}[1\,..\,\mathtt{k}-1]$ são os movimentos de uma solução parcial do problema.

Cada iteração procura estender essa solução fazendo mais um movimento.

Algoritmo passeioCavalo

A função utiliza a função auxiliar e a struct

```
/* Imprime o tabuleiro com os movimentos.  */
void mostreTabuleiro(int n, int **tab);

typedef struct {
   int i;
   int j;
} Movimento;
```

Algoritmo passeioCavalo

```
void passeioCavalo (int n) {
   int **tab;
   int i, j; /* posicao atual */
   int iProx,jProx; /* coluna candidata */
   int nMovimentos = 0; /* num. de mov */
   int *s = mallocSafe((n*n+1)*sizeof(int));
   /* s[t] = movimento no passo t */
   int k; /* passo atual */
```

Algoritmo passeioCavalo

```
Movimento movimento[NMOV+1] = {
        {0,0}, /* fica parado */
        {-1,+2}, /* movimento[1] */
        {-2,+1}, /* movimento[2] */
        {-2,-1},
        {-1,-2},
        {+1,-2},
        {+2,-1},
        {+2,+1},
        {+1,+2} /* movimento[8] */
};
int mov;
```

Algoritmo passeioCavalo

```
/* linha 0 e coluna 0 do tabuleiro nao
serao usadas */
tab = mallocSafe((n+1)*sizeof(int*));
for (i = 1; i <= n; i++)
   tab[i] = mallocSafe(n+1,sizeof(int));
i = j = 1; /* posicao inicial */
k = 1; /* passo inicial */
mov = 1; /* movimento inicial */
tab[i][j] = 1; /* tabuleiro inicial */
iProx = jProx = 0; /* compilador feliz */
```

Algoritmo passeioCavalo

```
while (0 < k && k < n*n) {
   int achouMov = FALSE;
   nMovimentos++;
   while (mov <= NMOV && !achouMov) {
       iProx = i + movimento[mov].i;
       jProx = j + movimento[mov].j;
       if ((0 < iProx && iProx <= n)
        && (0 < jProx && jProx <= n)
           && tab[iProx][jProx] == 0)
           achouMov = TRUE;
       else
           mov++;
   }
```

Algoritmo passeioCavalo

```
    if (mov <= NMOV) { /* AVANCA */
        i = iProx;
        j = jProx;
        s[k] = mov;
        tab[i][j] = ++k;
        mov = 1;
    } else { /* BACKTRACKING */
        tab[i][j] = 0;
        mov = s[--k];
        i -= movimento[mov].i;
        j -= movimento[mov].j;
        mov++;
    }
}
```

Algoritmo passeioCavalo

```
    if (k == n*n) {
        /* uma solucao foi encontrada */
        mostreTabuleiro(n,tab);
    } else printf("\n NAO TEM SOLUCAO\n");
    /* libera memoria alocada */
    free(s);
    for (i = 1; i <= n; i++)
        free(tab[i]);
    free(tab);
    printf("Num. mov.=%d\n", nMovimentos);
}
```

Mais *backtracking*

O esquema a seguir descreve o método *backtracking*.

Suponha que a solução de um problema
possa ser vista como uma sequência de decisões

$$\mathtt{x}[1], \mathtt{x}[2], \ldots, \mathtt{x}[\mathtt{n}].$$

Por exemplo, cada $\mathtt{x}[\mathtt{k}]$ pode ser a posição
de uma rainha ou para qual posição mover o cavalo.

A relação invariante chave do método é algo como:

> *No início de cada iteração $x[1\,..\,k\text{-}1]$ é uma "solução parcial" (que pode ou não ser parte de uma solução).*

Mais *backtracking*

```
k ← 1
enquanto k ≥ 1 faça
   procure valor para x[k] que ainda
   não foi testado e tal que x[1..k] é
   solução parcial
   se encontrou candidato para x[k] então
       k ← k + 1 (avança)
       se k = n + 1 então
           encontramos uma solução
           imprima x[1..n]
           k ← k − 1 (continua)
       senão k ← k − 1 (volta)
```

Enumeração de subsequências

PF 12

http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/enum.html

Enumeração de subsequências

Problema: Enumerar todas as subsequências de 1,2,...,n, ou seja, fazer uma lista em que cada subsequência aparece uma e uma só vez.

Exemplo: para n = 3 as subsequências são

1
1 2
1 2 3
1 3
2
2 3
3

Enumeração de subsequências

Exemplo: para $n = 4$ as subsequências são

```
1
1   2
1   2   3
1   2   3   4
1   2   4
1   3
1   3   4
1   4
2
2   3
2   3   4
2   4
3
3   4
4
```

subseqLex

A função subseqLex recebe n e imprime
todas as subsequências não vazias de 1 . . n.

```
void subseqLex (int n) {
   int *s, k;
   s = mallocSafe((n+1) * sizeof(int));
   s[0] = 0;
   k = 0;
```

subseqLex

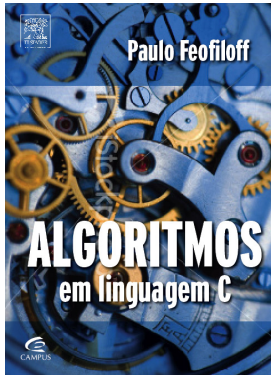
```
    while(1) {
        if (s[k] < n) {
            s[k+1] = s[k] + 1;
            k += 1;
        } else {
            s[k-1] += 1;
            k -= 1;
        }
        if (k == 0) break;
        imprima(s, k);
    }
    free(s);
}
```

Comentários finais

Fonte: http://www.quickmeme.com/

MAC0121 – Edição 2019

Livros



Nossa referência básica **foi** o livro

PF = Paulo Feofiloff,
Algoritmos em linguagem C,

Este livro é baseado no material do site

Projeto de Algoritmos em C.

Outro livro **foi**

S = Robert Sedgewick,
Algorithms in C, vol. 1

MAC0121

MAC0121 **foi** uma disciplina introdutória em:

Algoritmos:

- recursão: torres de Hanoi,..., EP2, EP5...
- divisão-e-conquista: Mergesort, Quicksort, EP5
- pré-processamento: Heapsort, Boyer-Moore
- heurísticas: Boyer-Moore, EP5
- algoritmos de enumeração: EP1, `nrainhas`
- algoritmos de busca: busca binária, busca em listas (EP2,EP3, EP4,EP5), em árvores de busca, em hashing (EP5), busca em largura (`distancias`), busca em profundidade (EP2)
- programação dinâmica ("recursão com tabela"): números binomiais, ...

MAC0121

MAC0121 **foi** uma disciplina introdutória em:

Estruturas de dados:

- listas lineares encadeadas, listas encadeadas ciculares, listas com e sem cabeça: EP2, EP3, EP4 e EP5
- filas: distâncias, EP2, EP3
- pilhas: EP2, EP3, EP4
- heaps
- tabelas de símbolos: lista ligadas (EP3), hash (EP5), árvores binárias de busca.

MAC0121

MAC0121 **foi** uma disciplina introdutória em:

Correção de algoritmos:

- relações invariantes: vários problemas nas aulas

MAC0121

MAC0121 **foi** uma disciplina introdutória em:

Correção de algoritmos:

- relações invariantes: vários problemas nas aulas

Eficiência de algoritmos:

- consumo de tempo: vários problemas nas aulas
- notação assintótica O: vários problemas nas aulas
- análise experimental: vários problemas nas aulas
- consumo de espaço:
  Mergesort usa espaço extra $\mathrm{O}(\mathtt{n})$,
  Quicksort usa espaço extra $\mathrm{O}(\lg \mathtt{n})$

MAC0121

MAC0121 **combinou** conceitos e recursos de programação:

- recursão: EP2, EP5
- strings: todos os EPs?
- endereços e ponteiros: EP2, EP3, EP4 e EP5
- registros e structs: EP2, EP3, EP4, e EP5
- alocação dinâmica de memória: EP2, EP3, EP4, e EP5
- interfaces: (EP1), EP2, EP3, EP4, e EP5

que nasceram de aplicações cotidianas em ciência da computação: `bsearch` (`stdlib`), `qsort` (`stdlib`), `strstr` (`string`), `hsearch` (`search`), `lsearch` (`search`), `tsearch` (`search`), ...

Principais tópicos

Alguns dos tópicos de MAC0121 foram:

- recursão;
- busca em vetor; busca (binária) em vetor ordenado;
- listas encadeadas;
- listas lineares: filas e pilhas;
- algoritmos de ordenação: mergesort, quicksort, heapsort, ...;
- árvores binárias; árvores binárias de busca;
- busca de palavras em um texto;
- algoritmos de enumeração; divisão e conquista;

Tudo regado a análise de eficiência de algoritmos e invariantes.

Pausa para nossos comerciais

- EP5: 13/DEZ
- Prova 2: quinta-feira, 28/NOV
- Prova Sub: quarta-feira, 11/DEZ às 13:30

Pausa para nossos comerciais

- EP5: 13/DEZ
- Prova 2: quinta-feira, 28/NOV
- Prova Sub: quarta-feira, 11/DEZ às 13:30

E agradecimentos!

A vocês, pela atençao!!!!

Pausa para nossos comerciais

- EP5: 13/DEZ
- Prova 2: quinta-feira, 28/NOV
- Prova Sub: quarta-feira, 11/DEZ às 13:30

E agradecimentos!

A vocês, pela atençao!!!!

E ao Professor José Coelho de Pina por todo o material!

Fonte: http://dawallpaperz.blogspot.com.br/