

AULA 9

Pilhas



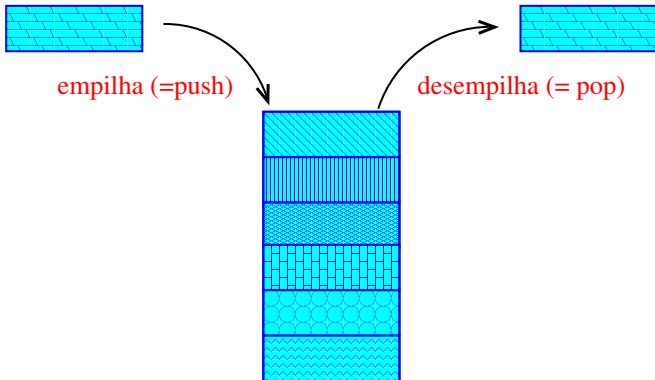
Fonte: <http://dontmesswithtaxes.typepad.com/>

PF 6.1 e 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

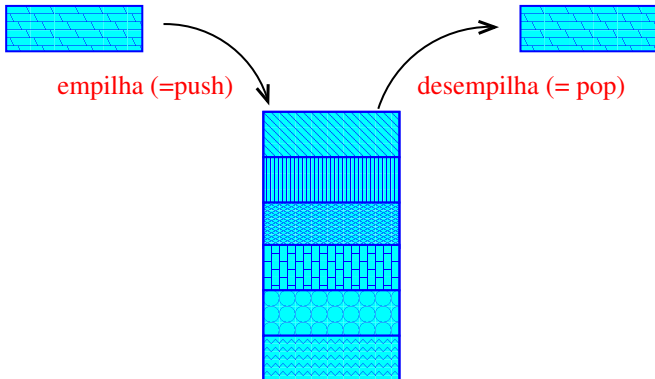
Pilhas

Uma **pilha** (= *stack*) é uma **lista** (= *sequência*) dinâmica em que todas as operações (*inserções*, *remoções* e *consultas*) são feitas em uma mesma extremidade chamada de **topo**.



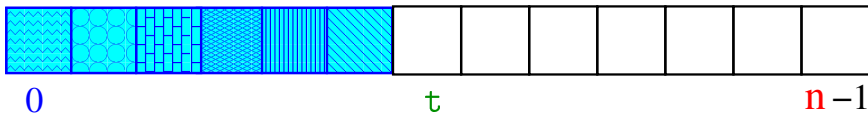
Pilhas

Assim, o **primeiro** objeto a ser **removido** de uma pilha é o **último** que foi **inserido**. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **LIFO** (*=Last In First Out*)



Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



O índice t indica o **topo** ($=top$) da pilha.

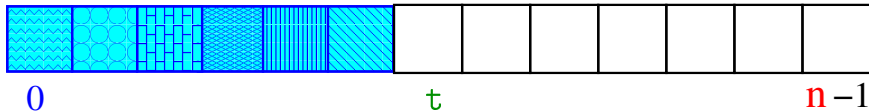
Esta é a **primeira posição vaga** da pilha.

A pilha está **vazia** se " $t == 0$ ".

A pilha está **cheia** se " $t == n$ ".

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Para **remove** (=desempilhar=*pop*) um elemento faça

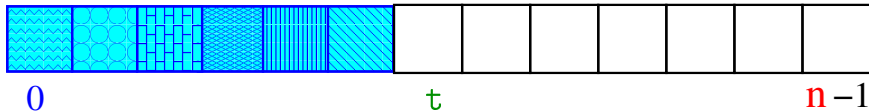
```
x = s[--t];
```

que é equivalente a

```
t -= 1;  
x = s[t];
```

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Para *inserir* (=empilhar=*push*) um elemento faça

```
 $s[t++] = x;$ 
```

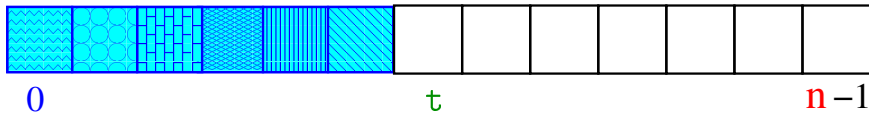
que é equivalente a

```
 $s[t] = x;$ 
```

```
 $t += 1;$ 
```

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.

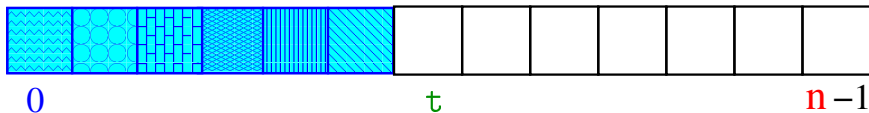


Para consultar um elemento, sem removê-lo, faça

$x = s[t-1];$

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Tentar **desempilhar** de uma pilha que está **vazia** é um erro chamado *stack underflow*

Tentar **empilhar** em uma pilha **cheia** é um erro chamado *stack overflow*

Pilha de execução



Fonte: <http://meta.stackexchange.com/>

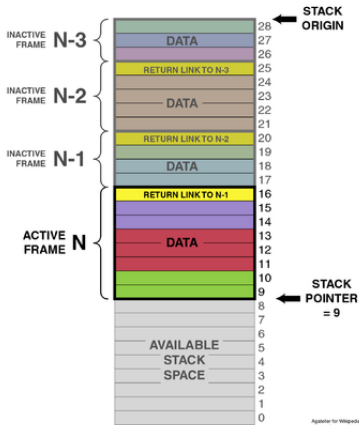
PF 6.5

<http://www.ime.usp.br/~pf/algorithmos/aulas/pilha.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Call_stack

Pilha de execução

Para executar um programa, o computador utiliza uma **pilha de execução** (= *execution stack* = *call stack*).



Approved for Wikipedia
Public Domain 2008

Fonte: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:ProgramCallStack2.png>

Pilha de execução

Uma pilha de execução é usada para armazenar:

- ▶ variáveis locais das funções "ativas";
- ▶ parâmetros das funções "ativas";
- ▶ endereço de retorno para o ponto em que as funções foram chamadas;
- ▶ cálculo de expressões;

Exemplo

```
int main (void) {
    int i, j, k, y;
    i = 111; j = 222; k = 444;
    y = /*1*/ F (i, j, k) /*4*/;
    printf ("%d\n", y);
    return EXIT_SUCCESS;
}

int G (int a, int b) {
    int x;
    x = a + b;
    return x;
}

int F (int i, int j, int k) {
    int x;
    x = /*2*/ G (i, j) /*3*/;
    x = x + k;
    return x;
}
```

?
?
?
?
?
?
?
?
?
?
?
?
?
?
?



Saida

	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
y	?
k	?
j	?
i	?
end. retorno	010101010

main



Saida

	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
	?
y	?
k	444
j	222
i	111
end. retorno	010101010

main



Saida

	?
	?
	?
	?
x	?
k	444
j	222
i	111
end. retorno	/*4*/
y	?
k	444
j	222
i	111
end. retorno	010101010

F

main



Saida

x	?	G
b	222	
a	111	
end. retorno	/*3*/	

x	?	F
k	444	
j	222	
i	111	
end. retorno	/*4*/	

y	?	main
k	444	
j	222	
i	111	
end. retorno	010101010	



Saida

x	333	G
b	222	
a	111	
end. retorno	<i>/*3*/</i>	

x	?	F
k	444	
j	222	
i	111	
end. retorno	<i>/*4*/</i>	

y	?	main
k	444	
j	222	
i	111	
end. retorno	010101010	



Saida

?
?
?
?

x

333

k

444

j

222

i

111

end. retorno

/*4*/

y

?

k

444

j

222

i

111

end. retorno

010101010

F

main



Saida

?
?
?
?



Saida

x

777

k

444

j

222

F

i

111

end. retorno

/*4*/

y

?

k

444

j

222

main

i

111

end. retorno

010101010

?
?
?
?
?
?
?
?
?



Saida

y

777

k

444

j

222

i

111

main

end. retorno

010101010

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

777

Saida

Exercício

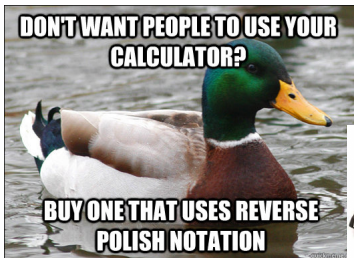
Qual o **erro** na função a seguir?

```
CelPixel *  
inserir(CelPixel *p, int a, int b)  
{  
    CelPixel novo;  
    novo.x = a;  
    novo.y = b;  
    novo.prox = p;  
    return &novo;  
}
```

Aviso

```
meu_prompr> gcc -Wall -ansi -O2 -pedantic  
...  
In function 'inserir':  
warning: function returns address of local  
variable [enabled by default]
```

Notação polonesa (reversa)



Fonte: <http://www.quickmeme.com/> e
<http://danicollinmotion.com/>

PF 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/RPN_calculator

http://en.wikipedia.org/wiki/Shunting-yard_algorithm

Notação polonesa

Usualmente os operadores são escritos **entre** os operandos como em

$$(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$$

Essa é a chamada **notação infixa**.

Na **notação polonesa** ou **posfixa** os operadores são escritos **depois** dos operandos

$$A B + D * E F A D * + / + C +$$

Notação polonesa

Problema: Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.
Suponha que na expressão só ocorrem os **operadores binários** '+', '-', '*', '/' além de '(', ')'.

infixa	posfixa
$A+B*C$	$ABC*+$
$A*(B+C)/D-E$	$ABC*+D/E-$
$A+B*(C-D*(E-F)-G*H)-I*3$	$ABCDEF-* -GH* -*+I3* -$
$A+B*C/D*E-F$	$ABC*D/E*+F-$
$A+(B-(C+(D-(E+F))))$	$ABCDEF+-+ -+$
$A*(B+(C*(D+(E*(F+G))))$	$ABCDEFGH*+*+*+*$

Simulação

inf = expressão **infixa**

s = pilha

posf = expressão **posfixa**

Simulação

inf[0 . . i-1]	s[0 . . t-1]	posf[0 . . j-1]
(	(	
(A	(	A
(A*	(*	A
(A*(	(*(	A
(A*(B	(*(	AB
(A*(B*	(*(*	AB
(A*(B*C	(*(*	ABC
(A*(B*C+	(*(+	ABC*
(A*(B*C+D	(*(+	ABC*D
(A*(B*C+D)	(*	ABC*D+
(A*(B*C+D))		ABC*D+*