

Geometria Computacional

Departamento de Ciência da Computação – IME/USP

Segundo Semestre de 2018

Lista 5

1. Seja P um polígono convexo cujos vértices estão em um vetor, como sempre no sentido anti-horário. Escreva um algoritmo que decide se um dado ponto q pertence a P ou não. O consumo de tempo do seu algoritmo deve ser $O(\lg n)$, onde n é o número de vértices de P .
2. Seja P um polígono y -monótono com n vértices. Suponha que temos em dois vetores $e[0 \dots k-1]$ e $d[0 \dots n-k+1]$ os índices dos vértices de P na cadeia esquerda e direita, ordenados por y -coordenadas. (Podemos obter isso em tempo linear a partir de P . Você sabe como?) Escreva um algoritmo que, dado n , P , k , e e d , decide se um dado ponto q pertence a P ou não. A complexidade de tempo do seu algoritmo deve ser $O(\lg n)$.
3. Em algumas máquinas (e.g., PCs), divisão de reais pode ser cerca de 20 vezes mais lenta que multiplicação. Aproveite o código da tarefa 4 para fazer alguns testes experimentais. Tenha duas implementações do algoritmo, uma com uma divisão real (linha 8 do algoritmo da aula 13) e outra modificada, evitando a divisão. Cronometre a execução do algoritmo e verifique se há uma diferença significativa na sua máquina.
4. Argumente que, dada uma partição de uma região do plano em polígonos, a primeira versão do algoritmo da aula 13 classifica um ponto em no máximo um dos polígonos.
5. Torne o algoritmo mais rápido, evitando o cálculo de x (a interseção) quando o segmento está no lado negativo do raio.
6. Modifique o algoritmo para que funcione para um ponto arbitrário q e não apenas para a origem. Evite fazer a translação do polígono.
7. (a) Modifique o algoritmo para evitar a única operação com reais (cálculo da interseção). Use uma das primitivas vistas.
(b) Use uma das primitivas para detectar se o ponto está numa das arestas, evitando assim a necessidade da segunda versão do algoritmo.
8. Escreva um algoritmo que determina se uma sequência de n pontos representa um polígono (ou seja, se a sequência representa uma curva poligonal fechada simples). Você consegue fazer um algoritmo $O(n \lg n)$ para isso?
9. Descreva um algoritmo $O(n \lg n)$ para decidir se dois polígonos se intersectam, onde n é a soma do número de vértices dos dois polígonos.
10. Descreva um algoritmo $O(n)$ que decide se dois polígonos convexos se intersectam, onde n é a soma do número de vértices dos dois polígonos.
11. (a) Escreva um algoritmo que usa linha de varredura para pré-processar um dado polígono P de n vértices, de forma que, com a estrutura montada, seja possível detectar se um ponto q pertence ou não a P em tempo $O(\lg n)$.
(b) Quanto tempo consome seu algoritmo do item anterior?
(c) Quanto espaço gasta a estrutura montada?
(d) Escreva o algoritmo que, usando a ED montada pelo algoritmo do item (a), determine se um ponto q pertence ou não a P em tempo $O(\lg n)$.