Projeto de mecanismos

Escolha social:

decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismos

Escolha social:
decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem racionalmente (no sentido de teoria dos jogos).

Projeto de mecanismos

Escolha social:
decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem racionalmente (no sentido de teoria dos jogos).

Necessário pois apenas os participantes conhecem suas preferências.

Projeto de mecanismos

Escolha social:
decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem racionalmente (no sentido de teoria dos jogos).

Necessário pois apenas os participantes conhecem suas preferências.

Exemplos:

- eleições
- mercados
- leilões
- política governamental

Projeto de mecanismos

Escolha social:
decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem racionalmente (no sentido de teoria dos jogos).

Necessário pois apenas os participantes conhecem suas preferências.

Exemplos:

- eleições
- mercados
- leilões
- política governamental

Internet trouxe novas situações e possibilidades.

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Candidatos a, b e c.

Três eleitores com preferências:

- $a \geq_1 b \geq_1 c$
- $b \geq_2 c \geq_2 a$
- $c \geq_3 a \geq_3 b$

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Candidatos a, b e c.

Três eleitores com preferências:

- $a \geq_1 b \geq_1 c$
- $b \geq_2 c \geq_2 a$
- $c \geq_3 a \geq_3 b$

Qualquer escolha de candidato deixa 2/3 insatisfeitos:
se a é escolhido, 2 e 3 preferem c a a, etc.

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b, pois prefere b a c.

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b, pois prefere b a c.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite:
diz basicamente que não há como evitar isso.

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b, pois prefere b a c.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite:
diz basicamente que não há como evitar isso.

Consequência do famoso Teorema de Arrow.

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a uma ordem $\geq_i$ em L.

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a uma ordem $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$

Função de escolha social: $f : L^n \to A$

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a uma ordem $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$

Função de escolha social: $f : L^n \to A$

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a uma ordem $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$

Função de escolha social: $f : L^n \to A$

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se
$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$
Função de escolha social: $f : L^n \to A$

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) \;=\; \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se

$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) \;=\; \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$
Função de escolha social: $f : L^n \to A$

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se

$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é independente de alternativas irrelevantes se
a ordem entre a e b na preferência de F depende
apenas da ordem relativa entre a e b para os eleitores.

Notação e definições

A: conjunto de alternativas (os candidatos)

L: conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um $\geq_i$ em L.

Função de bem-estar social: $F : L^n \to L$
Função de escolha social: $f : L^n \to A$

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se

$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é independente de alternativas irrelevantes se
$\succ = F(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $\succ' = F(\succ'_1, \ldots, \succ'_n)$ então
$a \succ_i b$ sse $a \succ'_i b$ para todo i implica que $a \succ b$ sse $a \succ' b$.

Teorema de Arrow

F: função de bem-estar social

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se

$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é uma ditadura se há um ditador para F.

F é independente de alternativas irrelevantes se
$\succ = F(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $\succ' = F(\succ'_1, \ldots, \succ'_n)$ então
$a \succ_i b$ sse $a \succ'_i b$ para todo i implica que $a \succ b$ sse $a \succ' b$.

Teorema de Arrow

F: função de bem-estar social

F é unânime se $F(\succ, \ldots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é ditador para F se

$$F(\succ_1, \ldots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \ldots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é uma ditadura se há um ditador para F.

F é independente de alternativas irrelevantes se
$\succ = F(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $\succ' = F(\succ'_1, \ldots, \succ'_n)$ então
$a \succ_i b$ sse $a \succ'_i b$ para todo i implica que $a \succ b$ sse $a \succ' b$.

Teorema de Arrow: Toda função de bem-estar social sobre A com $|A| \geq 3$ que satisfaz unanimidade e independência de alternativas irrelevantes é uma ditadura.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ'_i$ em L, temos que
$a' \succ_i a$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ_i'$ em L, temos que
$a' \succ_i a$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$.

O eleitor i, que prefere a' a a, pode alternar o resultado declarando $\succ_i'$ em vez de sua verdadeira preferência $\succ_i$.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ_i'$ em L, temos que
$a' \succ_i a$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$.

O eleitor i, que prefere a' a a, pode alternar o resultado declarando $\succ_i'$ em vez de sua verdadeira preferência $\succ_i$.

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ_i'$ em L, temos que
$a' \succ_i a$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$.

O eleitor i, que prefere a' a a, pode alternar o resultado
declarando $\succ_i'$ em vez de sua verdadeira preferência $\succ_i$.

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$
implica que $a \succ_i a'$ e $a' \succ_i' a$.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ'_i$ em L, temos que
$a' \succ_i a$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$.

O eleitor i, que prefere a' a a, pode alternar o resultado
declarando $\succ'_i$ em vez de sua verdadeira preferência $\succ_i$.

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$
implica que $a \succ_i a'$ e $a' \succ'_i a$.

Se o resultado mudou de a para a' então
a ordem entre a e a' mudou similarmente de $\succ_i$ para $\succ'_i$.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ'$ em L, temos que
$a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \ldots, \succ'_n)$.

Se f não pode ser estrategicamente manipulável, diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$
implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$, para todo i.

Se o resultado mudou de a para a' então
a ordem entre a e a' mudou similarmente de $\succ_i$ para $\succ'_i$.

Funções de escolha social

f é estrategicamente manipulável por um eleitor i
se, para alguns $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L e $\succ'$ em L, temos que
$a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \ldots, \succ'_n)$.

Se f não pode ser estrategicamente manipulável, diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$
implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$, para todo i.

Se o resultado mudou de a para a' então
a ordem entre a e a' mudou similarmente de $\succ_i$ para $\succ'_i$.

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ_i' a'$, para todo i.

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ_i', \ldots, \succ_n)$
implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ_i' a'$, para todo i.

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função maioria é à prova de estratégia.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$
implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$, para todo i.

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função maioria é à prova de estratégia.

Eleitor i é ditador para f se, para todos $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L,
$f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável,
diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ_1, \ldots, \succ'_i, \ldots, \succ_n)$
implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$, para todo i.

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função maioria é à prova de estratégia.

Eleitor i é ditador para f se, para todos $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L,
$f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b.

f é uma ditadura se tem um ditador.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é ditador para f se, para todos $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L,
$f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b.

f é uma ditadura se tem um ditador.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é ditador para f se, para todos $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L,
$f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b.

f é uma ditadura se tem um ditador.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite: Se f é uma função de escolha social à prova de estratégia sobre A, com $|A| \geq 3$, então f é uma ditadura.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social
é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é ditador para f se, para todos $\succ_1, \ldots, \succ_n$ em L,
$f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b.

f é uma ditadura se tem um ditador.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite: Se f é uma função de escolha social à prova de estratégia sobre A, com $|A| \geq 3$, então f é uma ditadura.

Projeto de mecanismos tenta escapar deste resultado,
por exemplo, com o uso de dinheiro.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede quanto uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede quanto uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede quanto uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Preferências passam a ser valorações dos itens em A.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede quanto uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Preferências passam a ser valorações dos itens em A.

Se a é o resultado, imagine que i recebe adicionalmente um valor m e quer maximizar $u_i(a) = v_i(a) + m$.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilão de segundo preço (ou leilões de Vickrey):
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga o segundo maior lance.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilão de segundo preço (ou leilões de Vickrey):
Cada jogador dá um lance em um envelope.
Ganha o maior lance, e paga o segundo maior lance.

Vantagem: induz compradores a declararem o valor real.