Teoria dos Jogos Algorítmica

Departamento de Ciência da Computação do IME-USP

Primeira Lista de Exercícios

Segundo semestre de 2017

1. Dê um exemplo de uma situação do seu cotidiano relacionada a jogos. Identifique os jogadores, as estratégias disponíveis e as utilidades dos jogadores. Comente também se existem estratégias dominantes e tente analisar o preço da anarquia (de maneira informal) e o impacto do comportamento estratégico dos jogadores no jogo.

2. Formalize o Leilão de Segundo-Preço como um jogo de n jogadores. Defina quais são as estratégias e as funções de utilidade de cada jogador. Prove que "falar a verdade" é uma estratégia dominante para todos os jogadores.

3. Suponha que existam três jogadores que têm que decidir entre três projetos alternativos: A, B e C. A abstenção não é permitida. A alternativa com mais votos ganha e, se nenhuma das três alternativas obtiver a maioria, vence a alternativa A. As funções de pagamento dos jogadores são:

$$u_1(A) = u_2(B) = u_3(C) = 2$$
$$u_1(B) = u_2(C) = u_3(A) = 1$$
$$u_1(C) = u_2(A) = u_3(B) = 0$$

Calcule os equilíbrios puros deste jogo.

4. Variantes do Dilema do Prisioneiro:

a) Considere a variante do Dilema do Prisioneiro onde trocamos o custo do jogador 2 quando ambos os jogadores confessam para $a \in \mathbb{R}^+$ (o custo do jogador 1 continua 4). Compute todos os equilíbrios puros desse jogo para todo $a \in \mathbb{R}^+$.

b) Considere a variante do Dilema do Prisioneiro (original, não a variante do item anterior) onde trocamos o custo para os dois jogadores quando ambos decidem não confessar para $b \in \mathbb{R}^+$. Compute todos os equilíbrios desse jogo para todo $b \in \mathbb{R}^+$.

5. Considere um jogo de soma zero com dois jogadores, dado por uma matriz cujas entradas são todas distintas. Prove que existe no máximo um equilíbrio puro de Nash em tal jogo.