

# MAC0338 - Análise de Algoritmos

*Departamento de Ciência da Computação*

Segundo semestre de 2017

## Lista 1

1. Lembre-se que  $\lg n$  denota o logaritmo na base 2 de  $n$ . Usando a definição de notação  $O$ , prove que

- (a)  $3^n$  não é  $O(2^n)$
- (b)  $\log_{10} n$  é  $O(\lg n)$
- (c)  $\lg n$  é  $O(\log_{10} n)$

2. Usando a definição de notação  $O$ , prove que

- (a)  $n^2 + 10n + 20 = O(n^2)$
- (b)  $\lceil n/3 \rceil = O(n)$
- (c)  $\lg n = O(\log_{10} n)$
- (d)  $n = O(2^n)$
- (e)  $n/1000$  não é  $O(1)$
- (f)  $n^2/2$  não é  $O(n)$

3. Prove ou dê um contra-exemplo para as afirmações abaixo:

- (a)  $\lg \sqrt{n} = O(\lg n)$
- (b) Se  $f(n) = O(g(n))$  e  $g(n) = O(h(n))$  então  $f(n) = O(h(n))$ .
- (c) Se  $f(n) = O(g(n))$  e  $g(n) = \Theta(h(n))$  então  $f(n) = \Theta(h(n))$ .
- (d) Suponha que  $\lg(g(n)) > 0$  e que  $f(n) \geq 1$  para todo  $n$  suficientemente grande. Neste caso, se  $f(n) = O(g(n))$  então  $\lg(f(n)) = O(\lg(g(n)))$ .
- (e) Se  $f(n) = O(g(n))$  então  $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ .

4. Prove que

(a)  $\sum_{i=1}^n i^k$  é  $\Theta(n^{k+1})$

(b)  $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} \leq 2$ .