

Análise de Algoritmos

**Parte destes slides são adaptações de slides
do Prof. Paulo Feofiloff e do Prof. José Coelho de Pina.**

Componentes fortemente conexas

CLRS Cap 22.5

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Escrevemos $u \rightarrow v$ se existe caminho de u para v em G .

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Escrevemos $u \rightarrow v$ se existe caminho de u para v em G .

Seja C um conjunto maximal de vértices de G tal que $u \rightarrow v$ e $v \rightarrow u$ quaisquer que sejam u e v em C .

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Escrevemos $u \rightarrow v$ se existe caminho de u para v em G .

Seja C um conjunto maximal de vértices de G tal que $u \rightarrow v$ e $v \rightarrow u$ quaisquer que sejam u e v em C .

C é uma **componente fortemente conexa** de G .

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Escrevemos $u \rightarrow v$ se existe caminho de u para v em G .

Seja C um conjunto maximal de vértices de G tal que $u \rightarrow v$ e $v \rightarrow u$ quaisquer que sejam u e v em C .

C é uma **componente fortemente conexa** de G .

Diferentes componentes fortemente conexas são disjuntas, ou seja, as componentes determinam uma partição de V_G .

Componentes fortemente conexas

Seja G um digrafo e u e v vértices de G .

Escrevemos $u \rightarrow v$ se existe caminho de u para v em G .

Seja C um conjunto maximal de vértices de G tal que $u \rightarrow v$ e $v \rightarrow u$ quaisquer que sejam u e v em C .

C é uma **componente fortemente conexa** de G .

Diferentes componentes fortemente conexas são disjuntas, ou seja, as componentes determinam uma partição de V_G .

Problema: Dado digrafo G , encontrar todas as componentes fortemente conexas de G .

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Kosaraju-Shamir(G)

Execute uma DFS em G calculando $f[u]$ para cada u .

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Kosaraju-Shamir(G)

Execute uma DFS em G calculando $f[u]$ para cada u .

Construa G^r .

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Kosaraju-Shamir(G)

Execute uma DFS em G calculando $f[u]$ para cada u .

Construa G^r .

Execute uma DFS em G^r considerando os vértices de G^r em ordem decrescente do valor de f calculado acima.

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Kosaraju-Shamir(G)

Execute uma DFS em G calculando $f[u]$ para cada u .

Construa G^r .

Execute uma DFS em G^r considerando os vértices de G^r em ordem decrescente do valor de f calculado acima.

Devolva as componentes da floresta DF construída para G^r .

Algoritmo de Kosaraju-Shamir

Seja $G = (V, E)$ um digrafo.

Seja G^r o digrafo reverso de G (todos os arcos invertidos).

Kosaraju-Shamir(G)

Execute uma DFS em G calculando $f[u]$ para cada u .

Construa G^r .

Execute uma DFS em G^r considerando os vértices de G^r em ordem decrescente do valor de f calculado acima.

Devolva as componentes da floresta DF construída para G^r .

Consumo de tempo: linear no tamanho de G .

Análise

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G e vértices $u, v \in C$ e $u', v' \in C'$. Se existe um caminho de u a u' em G , então não existe caminho em G de v' a v .

Análise

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G e vértices $u, v \in C$ e $u', v' \in C'$. Se existe um caminho de u a u' em G , então não existe caminho em G de v' a v .

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,

seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

$d(u)$: instante em que o primeiro vértice de U foi descoberto

$f(u)$: instante em que o último vértice de U terminou

Análise

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G e vértices $u, v \in C$ e $u', v' \in C'$. Se existe um caminho de u a u' em G , então não existe caminho em G de v' a v .

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,
seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

$d(u)$: instante em que o primeiro vértice de U foi descoberto
 $f(u)$: instante em que o último vértice de U terminou

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G . Se existe um arco (u, v) em G^r , então $f(C) < f(C')$.

Análise

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,

seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G . Se existe um arco (u, v) em G^r , então $f(C) < f(C')$.

Análise

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,

seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G . Se existe um arco (u, v) em G^r , então $f(C) < f(C')$.

Isso implica que a ordenação por f decrescente na segunda DFS percorre as componentes fortemente conexas

Análise

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,
seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G . Se existe um arco (u, v) em G^r , então $f(C) < f(C')$.

Isso implica que a ordenação por f decrescente na segunda DFS percorre as componentes fortemente conexas

Teorema: Kosaraju-Shamir(G) calcula corretamente as componentes fortemente conexas de G .

Análise

d e f como calculados na primeira DFS do algoritmo.

Para um conjunto U de vértices,
seja $d(U) := \min\{d(u) : u \in U\}$ e $f(U) := \max\{f(u) : u \in U\}$.

Lema: Sejam C e C' componentes fortemente conexas distintas de um digrafo G . Se existe um arco (u, v) em G^r , então $f(C) < f(C')$.

Isso implica que a ordenação por f decrescente na segunda DFS percorre as componentes fortemente conexas

Teorema: Kosaraju-Shamir(G) calcula corretamente as componentes fortemente conexas de G .