

Análise de Algoritmos

**Parte destes slides são adaptações de slides
do Prof. Paulo Feofiloff e do Prof. José Coelho de Pina.**

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Código ASCII: todo símbolo tem um código de 8 bits.

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Código ASCII: todo símbolo tem um código de 8 bits.

Σ : alfabeto finito

f_i : frequência de símbolo i em Σ

(coleção de números não-negativos cuja soma é 1)

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Código ASCII: todo símbolo tem um código de 8 bits.

Σ : alfabeto finito

f_i : frequência de símbolo i em Σ

(coleção de números não-negativos cuja soma é 1)

Objetivo: atribuir um código binário para cada símbolo de modo que um texto seja convertido para um arquivo binário o mais compacto possível e seja fácil de decodificar.

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Código ASCII: todo símbolo tem um código de 8 bits.

Σ : alfabeto finito

f_i : frequência de símbolo i em Σ

(coleção de números não-negativos cuja soma é 1)

Objetivo: atribuir um código binário para cada símbolo de modo que um texto seja convertido para um arquivo binário o mais compacto possível e seja fácil de decodificar.

Códigos livres de prefixo: o código de um símbolo não é prefixo do código de nenhum outro símbolo.

Códigos de Huffman

Motivação: compressão de textos

Código ASCII: todo símbolo tem um código de 8 bits.

Σ : alfabeto finito

f_i : frequência de símbolo i em Σ

(coleção de números não-negativos cuja soma é 1)

Objetivo: atribuir um código binário para cada símbolo de modo que um texto seja convertido para um arquivo binário o mais compacto possível e seja fácil de decodificar.

Códigos livres de prefixo: o código de um símbolo não é prefixo do código de nenhum outro símbolo.

Códigos livres de prefixo são fáceis de decodificar.

Exemplo

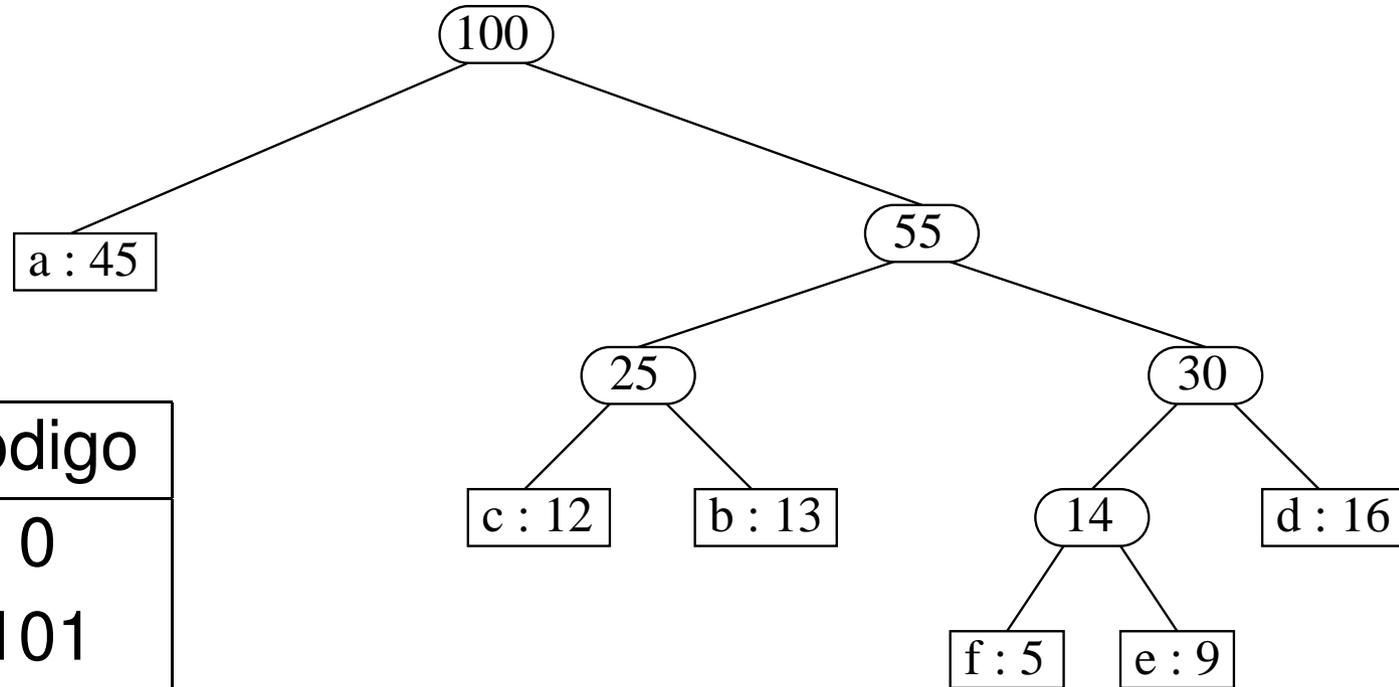
letra	freq	código
a	45	
b	13	
c	12	
d	16	
e	9	
f	5	

Exemplo

letra	freq	código
a	45	0
b	13	101
c	12	100
d	16	111
e	9	1101
f	5	1100

Exemplo

letra	freq	código
a	45	0
b	13	101
c	12	100
d	16	111
e	9	1101
f	5	1100



Algoritmo de Huffman

n : número de símbolos em Σ

Algoritmo de Huffman

n : número de símbolos em Σ

Guloso:

Comece com n árvores disjuntas, cada uma com um único nó, com o símbolo e sua frequência.

a : 45

d : 16

b : 13

c : 12

e : 9

f : 5

Algoritmo de Huffman

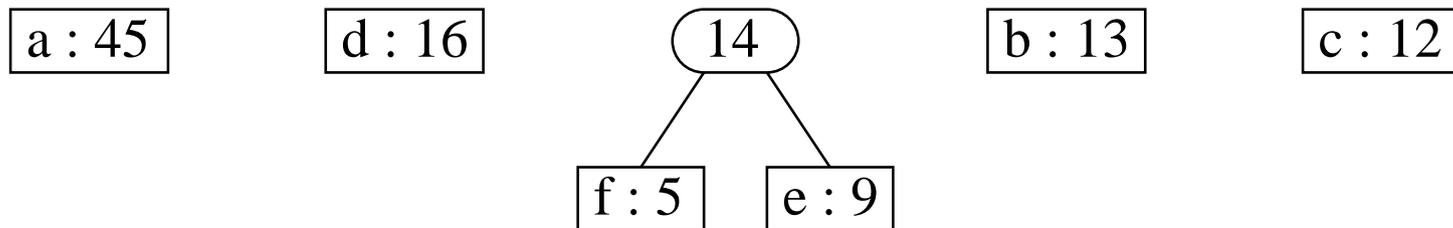
n : número de símbolos em Σ

Guloso:

Comece com n árvores disjuntas, cada uma com um único nó, com o símbolo e sua frequência.



A cada iteração, escolha as duas árvores de frequência menor e junte-as, com frequência somada.



Algoritmo de Huffman

n : número de símbolos em Σ

Guloso:

Comece com n árvores disjuntas, cada uma com um único nó, com o símbolo e sua frequência.

a : 45

d : 16

b : 13

c : 12

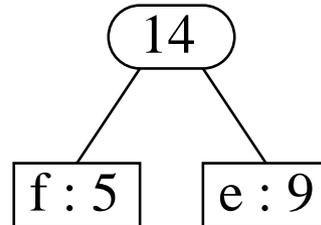
e : 9

f : 5

A cada iteração, escolha as duas árvores de frequência menor e junte-as, com frequência somada.

a : 45

d : 16



b : 13

c : 12

Pare quando restar uma única árvore.

Algoritmo de Huffman: exemplo

a : 45

d : 16

b : 13

c : 12

e : 9

f : 5

Algoritmo de Huffman: exemplo

a : 45

d : 16

b : 13

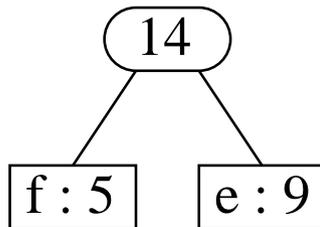
c : 12

e : 9

f : 5

a : 45

d : 16

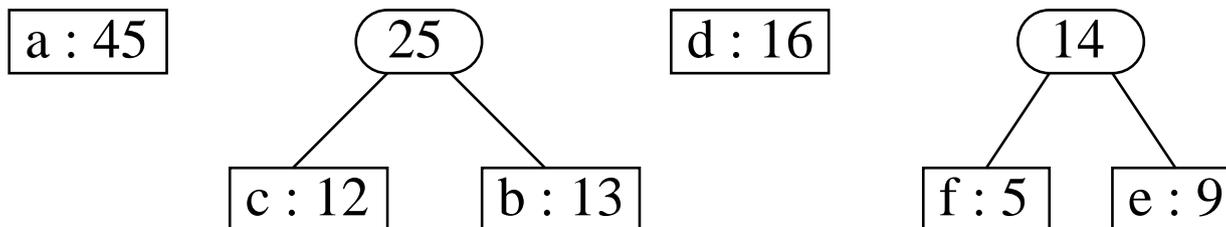
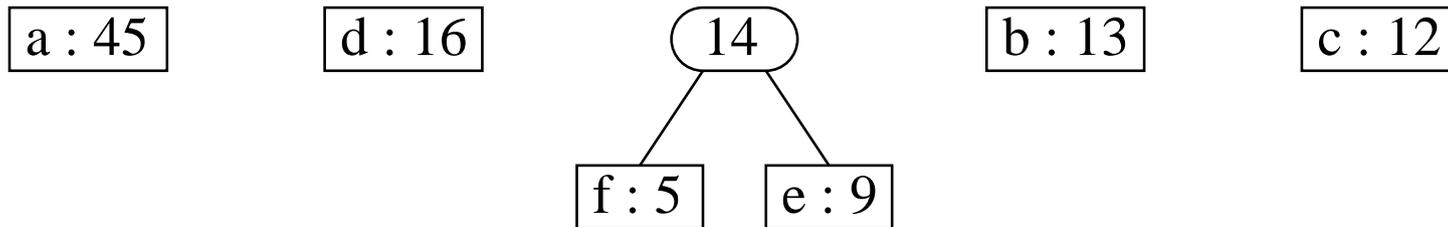


b : 13

c : 12

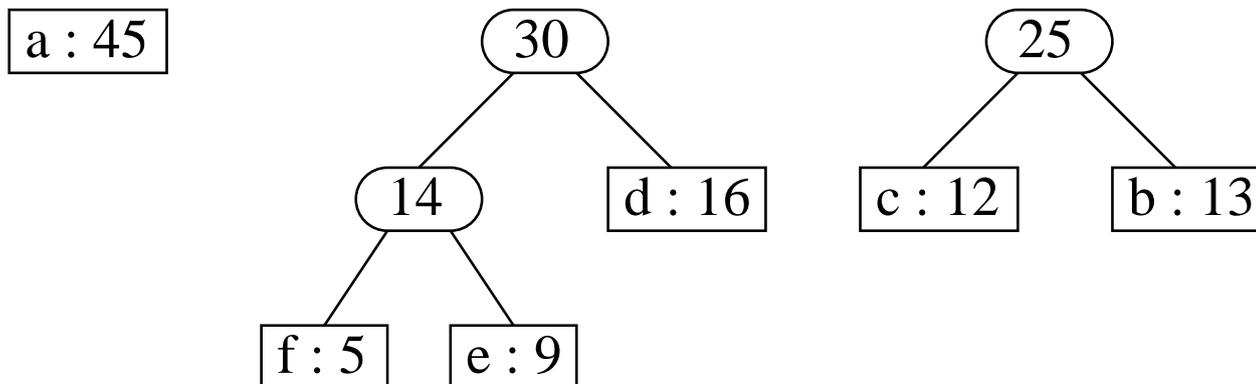
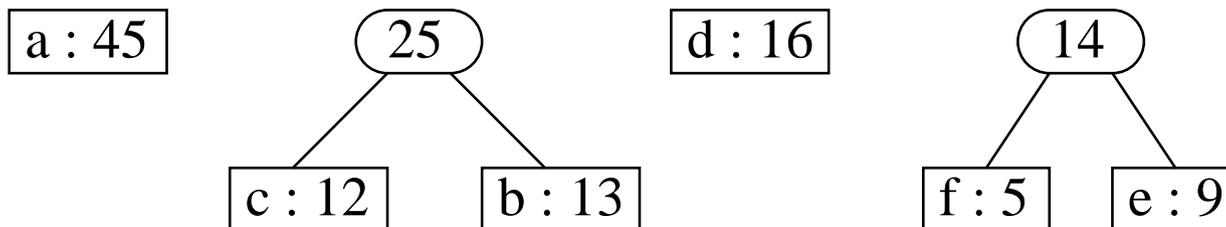
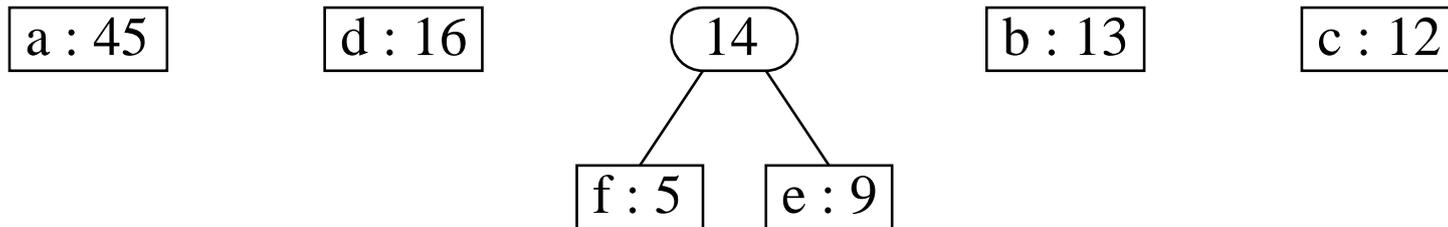
Algoritmo de Huffman: exemplo

a : 45 d : 16 b : 13 c : 12 e : 9 f : 5



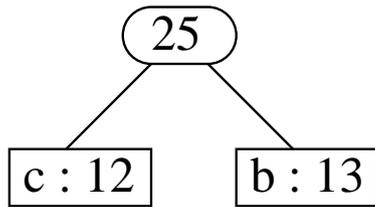
Algoritmo de Huffman: exemplo

a : 45 d : 16 b : 13 c : 12 e : 9 f : 5

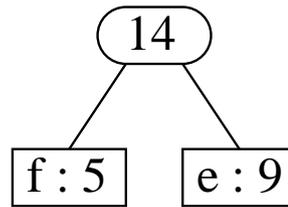


Algoritmo de Huffman: exemplo

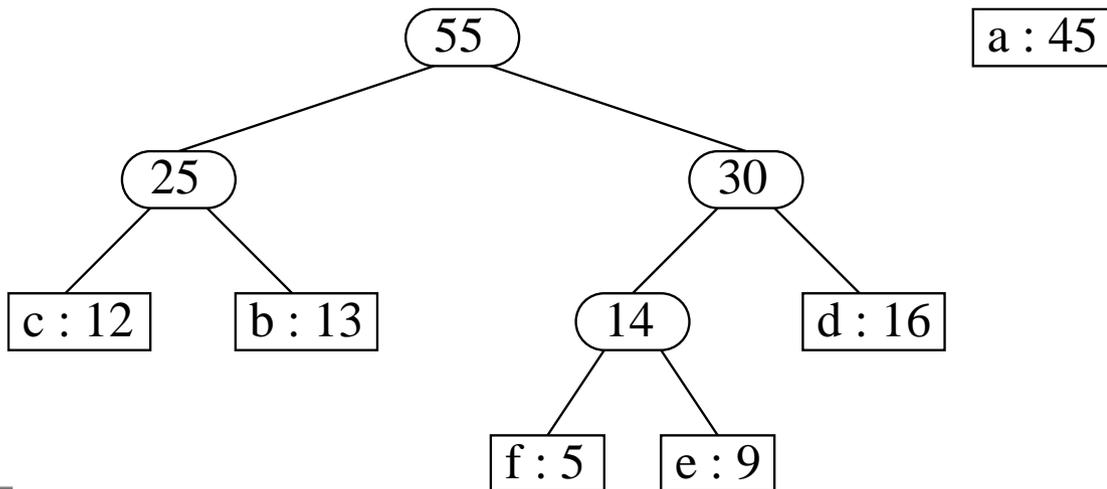
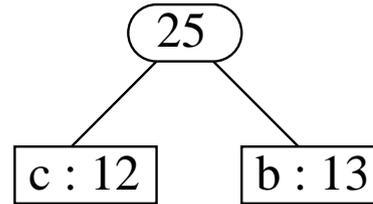
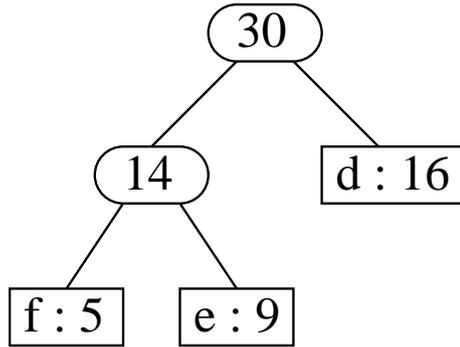
a : 45



d : 16

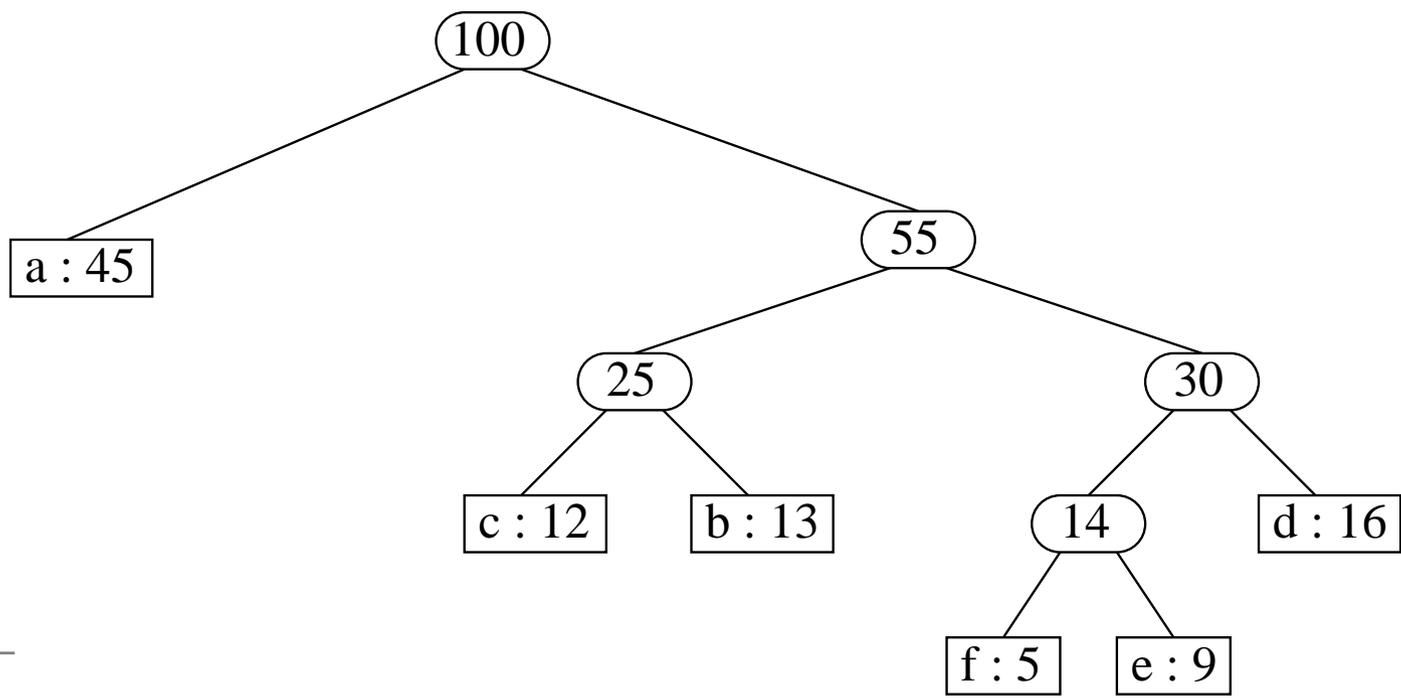
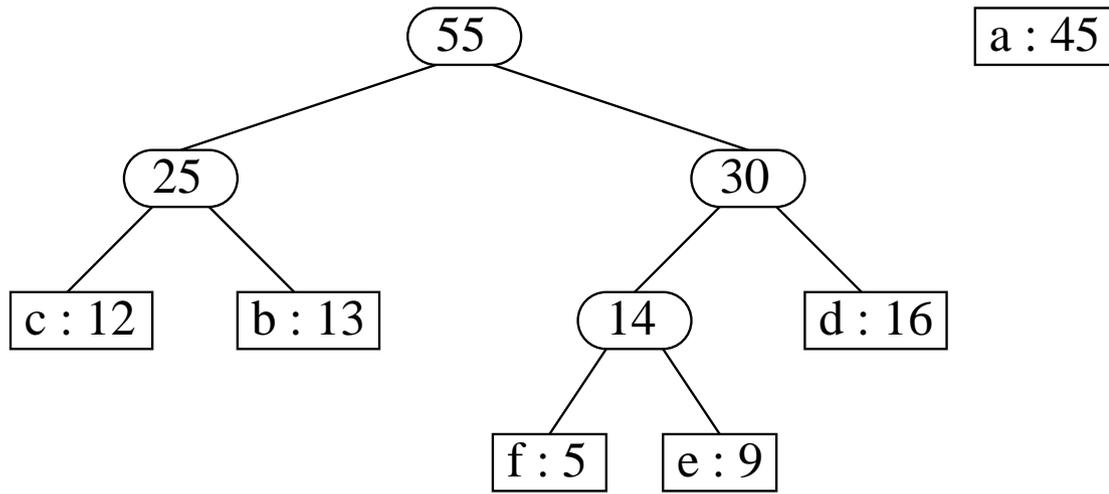


a : 45

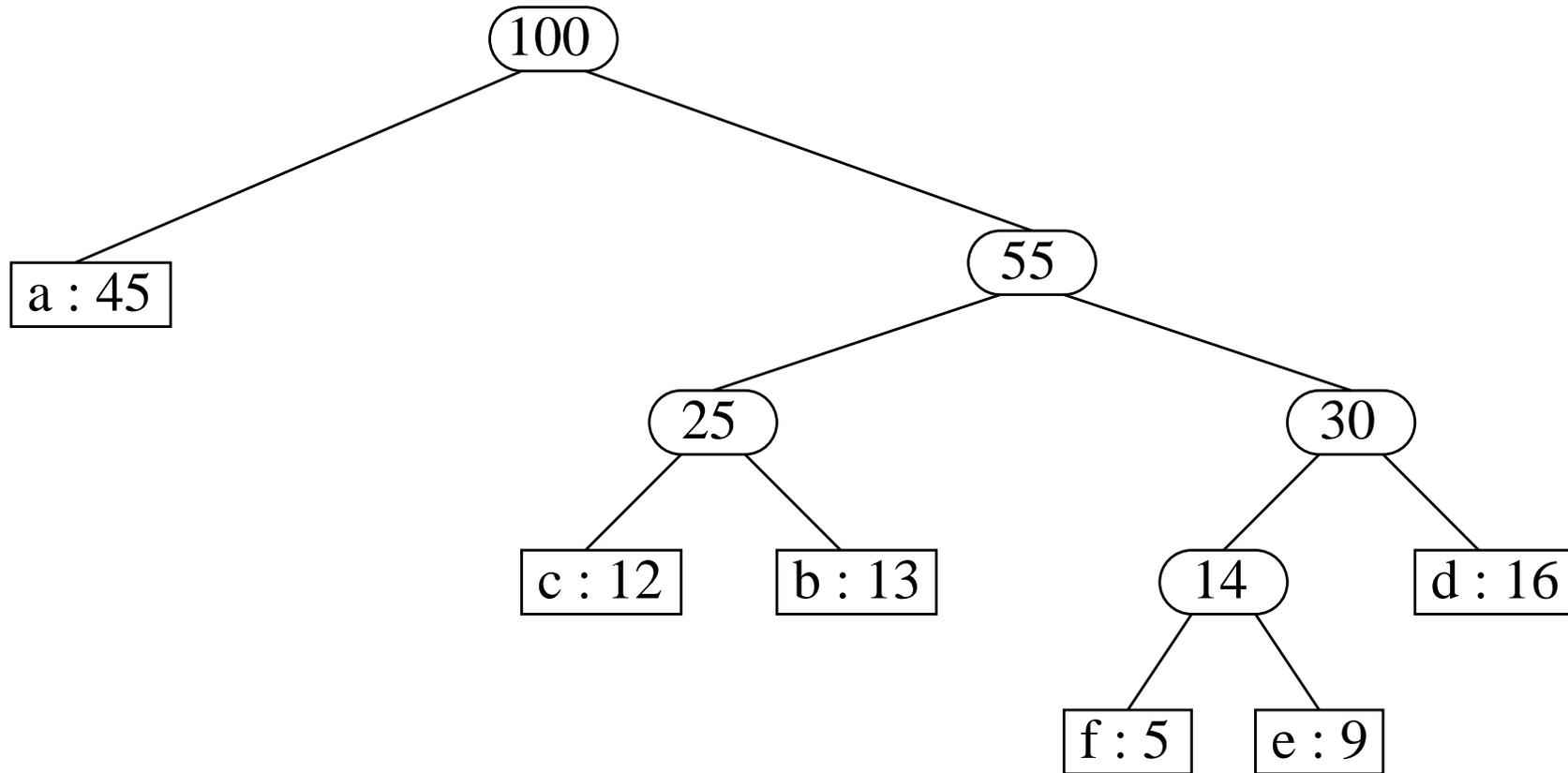


a : 45

Algoritmo de Huffman: exemplo



Árvore de Huffman



Árvore de Huffman

Como obter os códigos a partir da árvore?

Árvore de Huffman

Como obter os códigos a partir da árvore?

Associe a cada símbolo um número binário assim:

Árvore de Huffman

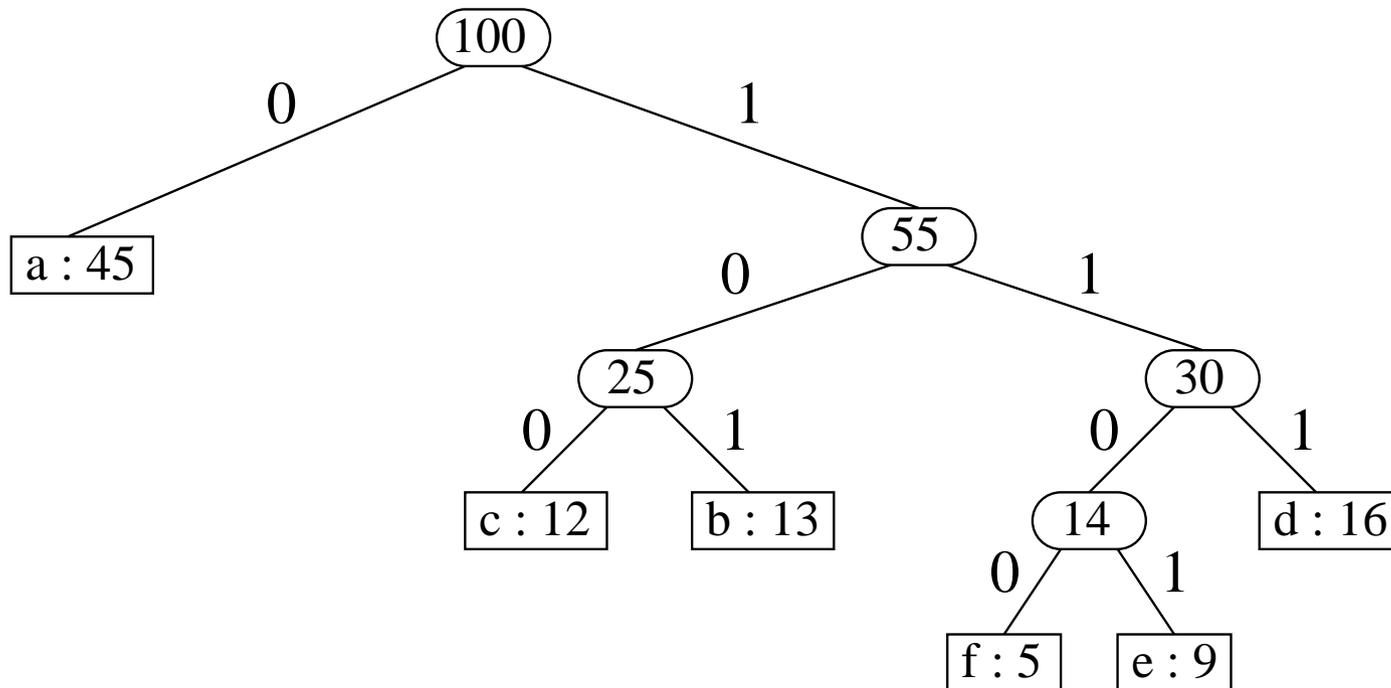
Como obter os códigos a partir da árvore?

Associe a cada símbolo um número binário assim:

Rotule com 0 as arestas da árvore

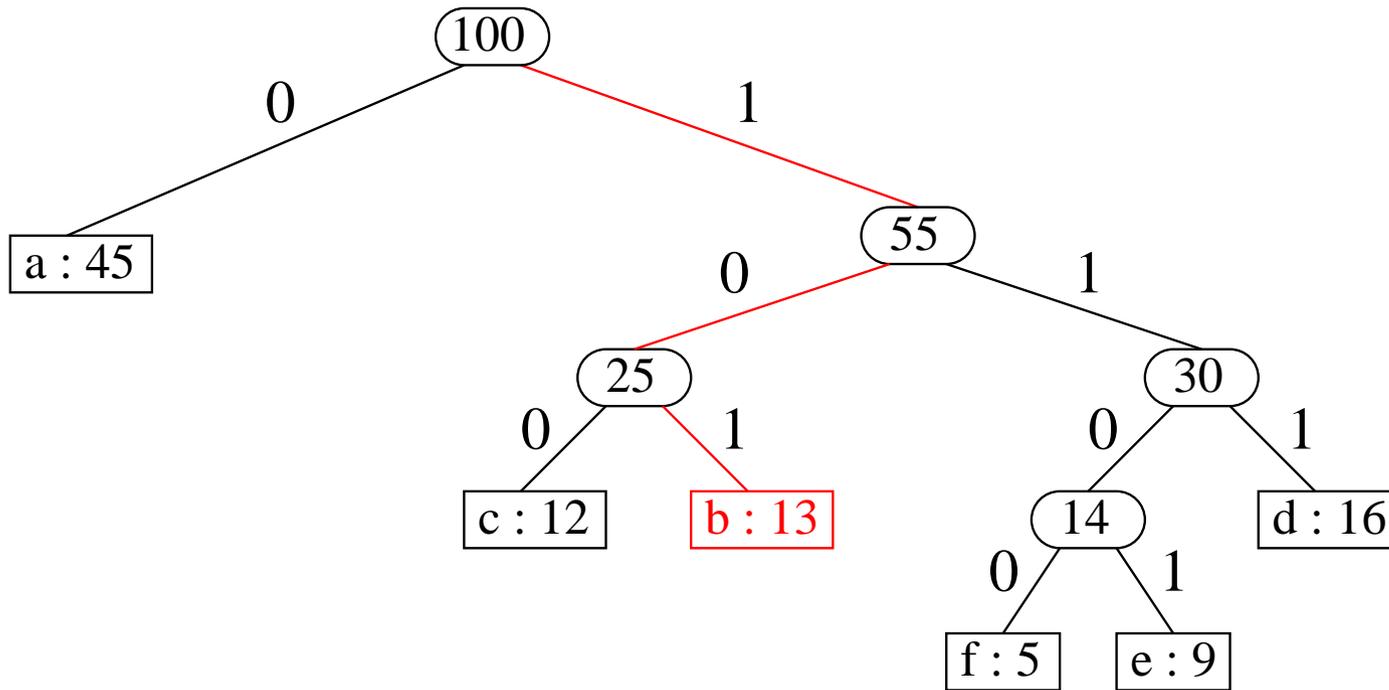
que ligam um nó com seu filho esquerdo e

com 1 as arestas que ligam um nó com seu filho direito.



Árvore de Huffman

Como obter os códigos a partir da árvore?



O código correspondente a cada símbolo é a concatenação dos *bits* associados às arestas do caminho da raiz até a folha correspondente ao símbolo.

Exemplo: O código de *b* é 101.

Algoritmo de Huffman

n : número de símbolos em Σ

Guloso:

Comece com n árvores disjuntas, cada uma com um único nó, com o símbolo e sua frequência.

A cada iteração, escolha as duas árvores de frequência menor e junte-as, com frequência somada.

Pare quando restar uma única árvore.

Algoritmo de Huffman

n : número de símbolos em Σ

Guloso:

Comece com n árvores disjuntas, cada uma com um único nó, com o símbolo e sua frequência.

A cada iteração, escolha as duas árvores de frequência menor e junte-as, com frequência somada.

Pare quando restar uma única árvore.

Perguntas:

- Este algoritmo produz um código ótimo?
- Como implementá-lo do modo mais eficiente possível?

Algoritmo guloso

```
HUFFMAN ( $A, f, n$ )
1   $Q \leftarrow$  BUILD-MIN-HEAP( $A, f, n$ )
2  para  $i \leftarrow 1$  até  $n - 1$  faça
3       $x \leftarrow$  EXTRACT-MIN( $Q$ )
4       $y \leftarrow$  EXTRACT-MIN( $Q$ )
5       $z \leftarrow$  NOVA-CEL()
6       $esq[z] \leftarrow x$ 
7       $esq[z] \leftarrow y$ 
8       $f[z] \leftarrow f[x] + f[y]$ 
9      INSEREHEAP( $Q, z, f[z]$ )
10 devolva EXTRACT-MIN( $Q$ )
```

Algoritmo guloso

```
HUFFMAN ( $A, f, n$ )
1   $Q \leftarrow$  BUILD-MIN-HEAP( $A, f, n$ )
2  para  $i \leftarrow 1$  até  $n - 1$  faça
3       $x \leftarrow$  EXTRACT-MIN( $Q$ )
4       $y \leftarrow$  EXTRACT-MIN( $Q$ )
5       $z \leftarrow$  NOVA-CEL()
6       $esq[z] \leftarrow x$ 
7       $esq[z] \leftarrow y$ 
8       $f[z] \leftarrow f[x] + f[y]$ 
9      INSEREHEAP( $Q, z, f[z]$ )
10 devolva EXTRACT-MIN( $Q$ )
```

Consumo de tempo: $O(n \lg n)$.