

Projeto de mecanismos

Escolha social: decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismos

Escolha social: decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem **racionalmente** (no sentido de teoria dos jogos).

Projeto de mecanismos

Escolha social: decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem **racionalmente** (no sentido de teoria dos jogos).

Necessário pois apenas os participantes conhecem suas preferências.

Projeto de mecanismos

Escolha social: decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem **racionalmente** (no sentido de teoria dos jogos).

Exemplos:

- eleições
- mercados
- leilões
- política governamental

Projeto de mecanismos

Escolha social: decisão que agrega preferências de diferentes participantes.

Projeto de mecanismo: como tomar tal decisão considerando que participantes agem **racionalmente** (no sentido de teoria dos jogos).

Exemplos:

- eleições
- mercados
- leilões
- política governamental

Internet trouxe novas situações e possibilidades.

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Candidatos a , b e c .

Três eleitores com preferências:

● $a \geq_1 b \geq_1 c$

● $b \geq_2 c \geq_2 a$

● $c \geq_3 a \geq_3 b$

Paradoxo de Condorcet

Eleição

Dois candidatos: ganha o escolhido pela maioria.

E se forem três candidatos?

Candidatos a , b e c .

Três eleitores com preferências:

● $a \geq_1 b \geq_1 c$

● $b \geq_2 c \geq_2 a$

● $c \geq_3 a \geq_3 b$

Qualquer escolha de candidato deixa $2/3$ insatisfeitos:
se a é escolhido, 2 e 3 preferem c a a , etc.

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b , pois prefere b a c .

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b , pois prefere b a c .

Teorema de Gibbard-Satterthwaite:
diz basicamente que não há como evitar isso.

Voto estratégico

Vários métodos de votação.

Como evitar o voto estratégico?

Por exemplo,
eleitor com preferência $a \geq b \geq c$,
se a não tem chances de ganhar,
pode optar por votar em b , pois prefere b a c .

Teorema de Gibbard-Satterthwaite:
diz basicamente que não há como evitar isso.

Consequência do famoso **Teorema de Arrow.**

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a um \succeq_i em L .

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a um \succeq_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a um \succsim_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

F é **unânime** se $F(\succsim, \dots, \succsim) = \succsim$ para todo $\succsim \in L$.

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A
(possíveis ordens de preferência)

Cada jogador i associado a um \succsim_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

F é **unânime** se $F(\succsim, \dots, \succsim) = \succsim$ para todo $\succsim \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$F(\succsim_1, \dots, \succsim_n) = \succsim_i$ para todos $\succsim_1, \dots, \succsim_n$ em L .

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um \succsim_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

F é **unânime** se $F(\succsim, \dots, \succsim) = \succsim$ para todo $\succsim \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$F(\succsim_1, \dots, \succsim_n) = \succsim_i$ para todos $\succsim_1, \dots, \succsim_n$ em L .

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um \succsim_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

F é **unânime** se $F(\succ, \dots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$$F(\succ_1, \dots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \dots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é **independente de alternativas irrelevantes** se a ordem entre a e b na preferência de F depende apenas da ordem relativa entre a e b para os eleitores.

Notação e definições

A : conjunto de alternativas (os candidatos)

L : conjunto de permutações de A

Cada jogador i associado a um \succsim_i em L .

Função de bem-estar social: $F : L^n \rightarrow L$

Função de escolha social: $f : L^n \rightarrow A$

F é **unânime** se $F(\succsim, \dots, \succsim) = \succsim$ para todo $\succsim \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$$F(\succsim_1, \dots, \succsim_n) = \succsim_i \text{ para todos } \succsim_1, \dots, \succsim_n \text{ em } L.$$

F é **independente de alternativas irrelevantes** se

$\succsim = F(\succsim_1, \dots, \succsim_n)$ e $\succsim' = F(\succsim'_1, \dots, \succsim'_n)$ então

$a \succsim_i b$ sse $a \succsim'_i b$ para todo i implica que $a \succsim b$ sse $a \succsim' b$.

Teorema de Arrow

F : função de bem-estar social

F é **unânime** se $F(\succ, \dots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$F(\succ_1, \dots, \succ_n) = \succ_i$ para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L .

F é uma **ditadura** se há um ditador para F .

F é **independente de alternativas irrelevantes** se

$\succ = F(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $\succ' = F(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ então

$a \succ_i b$ sse $a \succ'_i b$ para todo i implica que $a \succ b$ sse $a \succ' b$.

Teorema de Arrow

F : função de bem-estar social

F é **unânime** se $F(\succ, \dots, \succ) = \succ$ para todo $\succ \in L$.

Eleitor i é **ditador** para F se

$$F(\succ_1, \dots, \succ_n) = \succ_i \text{ para todos } \succ_1, \dots, \succ_n \text{ em } L.$$

F é uma **ditadura** se há um ditador para F .

F é **independente de alternativas irrelevantes** se

$\succ = F(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $\succ' = F(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ então

$a \succ_i b$ sse $a \succ'_i b$ para todo i implica que $a \succ b$ sse $a \succ' b$.

Teorema de Arrow: Toda função de bem-estar social sobre A com $|A| \geq 3$ que satisfaz unanimidade e independência de alternativas irrelevantes é uma ditadura.

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ' em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

O eleitor i , que prefere a' a a , pode alternar o resultado declarando \succ'_i em vez de sua verdadeira preferência \succ_i .

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

O eleitor i , que prefere a' a a , pode alternar o resultado declarando \succ'_i em vez de sua verdadeira preferência \succ_i .

Se f **não** pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

O eleitor i , que prefere a' a a , pode alternar o resultado declarando \succ'_i em vez de sua verdadeira preferência \succ_i .

Se f **não** pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

f é **monótona** se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

O eleitor i , que prefere a' a a , pode alternar o resultado declarando \succ'_i em vez de sua verdadeira preferência \succ_i .

Se f **não** pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

f é **monótona** se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Se o resultado mudou de a para a' então a ordem entre a e a' mudou similarmente de \succ_i para \succ'_i .

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

Se f **não** pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

f é **monótona** se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Se o resultado mudou de a para a' então a ordem entre a e a' mudou similarmente de \succ_i para \succ'_i .

Funções de escolha social

f é **estrategicamente manipulável** por um eleitor i se, para alguns \succ_1, \dots, \succ_n em L e \succ'_i em L , temos que $a \succ_i a'$ onde $a = f(\succ_1, \dots, \succ_n)$ e $a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$.

Se f **não** pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

f é **monótona** se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Se o resultado mudou de a para a' então a ordem entre a e a' mudou similarmente de \succ_i para \succ'_i .

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável, diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável, diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função maioria é à prova de estratégia.

Funções de escolha social

Se f não pode ser estrategicamente manipulável, diz-se que f é à prova de estratégia (ou incentivo-compatível).

f é monótona se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função maioria é à prova de estratégia.

Eleitor i é ditador para f se, para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L , $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b .

Funções de escolha social

Se f não pode ser **estrategicamente manipulável**, diz-se que f é **à prova de estratégia** (ou **incentivo-compatível**).

f é **monótona** se $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a \neq a' = f(\succ'_1, \dots, \succ'_n)$ implica que $a' \succ_i a$ e $a \succ'_i a'$.

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

Dois candidatos, função **maioria** é à prova de estratégia.

Eleitor i é **ditador** para f se, para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L , $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b .

f é uma **ditadura** se tem um ditador.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é **ditador** para f se, para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L , $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b .

f é uma **ditadura** se tem um **ditador**.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é **ditador** para f se, para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L , $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b .

f é uma **ditadura** se tem um **ditador**.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite: Se f é uma função de escolha social à prova de estratégia sobre A , com $|A| \geq 3$, então f é uma ditadura.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite

Proposição: Uma função de escolha social é à prova de estratégia sse é monótona.

f função de escolha social

Eleitor i é **ditador** para f se, para todos \succ_1, \dots, \succ_n em L , $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = a$ sempre que $a \succ_i b$ para todo b .

f é uma **ditadura** se tem um **ditador**.

Teorema de Gibbard-Satterthwaite: Se f é uma função de escolha social à prova de estratégia sobre A , com $|A| \geq 3$, então f é uma ditadura.

Projeto de mecanismos tenta escapar deste resultado, por exemplo, com o uso de **dinheiro**.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede **quanto** uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede **quanto** uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede **quanto** uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Preferências passam a ser **valorações** dos itens em A .

Mecanismos com dinheiro

O modelo original não mede **quanto** uma pessoa prefere uma alternativa à outra.

Dinheiro pode ser usado para permitir essa distinção.

Preferências passam a ser **valorações** dos itens em A .

Se a é o resultado, imagine que i recebe adicionalmente um valor m e quer maximizar $u_i(a) = v_i(a) + m$.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilão de segundo preço (ou leilões de Vickrey):

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga o segundo maior lance.

Leilões de Vickrey

Considere um leilão de um único item.

Leilão do primeiro preço:

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga este valor pelo item.

Desvantagem: induz compradores a não declararem o valor real, mas um valor menor.

Leilão inglês

Leilão de segundo preço (ou leilões de Vickrey):

Cada jogador dá um lance em um envelope.

Ganha o maior lance, e paga o segundo maior lance.

Vantagem: induz compradores a declararem o valor real.