Mecanismos Online

Fabio Alexandre Campos Tisovec

Instituto de Matemática e Estatística - Universidade de São Paulo

June 17, 2013

Conteúdo

Conteúdo

Conteúdo

1. Visão Geral
2. Definições
3. Resultados

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Caracterização do Problema

Problemas considerados:

- Conjunto de jogadores varia ao longo do tempo.
- Conjunto de possíveis decisões futuras não é conhecido a priori.

Exemplos:

- Venda de passagens aéreas onde compradores surgem ao longo do tempo.
- Alocação de recursos computacionais a processos que surgem ao longo do tempo.
- Leilão de espaço de anúncios em portais de busca.
- Alocação de tarefas dentre um grupo de trabalho cujos integrantes mudam ao longo do tempo.
- Venda de produtos cuja volatilidade é maior do que a duração do leilão.

Abordagem Utilizada

- O foco do estudo é no mecanismo e suas propriedades, não em como cada jogador chega em sua estratégia.
- Em geral, o problema é modelado como uma forma de leilão.
- Inicialmente inclui várias suposições e posteriormente mostra maneiras de relaxar algumas destas.

Abordagem Utilizada

- O foco do estudo é no mecanismo e suas propriedades, não em como cada jogador chega em sua estratégia.
- Em geral, o problema é modelado como uma forma de leilão.
- Inicialmente inclui várias suposições e posteriormente mostra maneiras de relaxar algumas destas.

Abordagem Utilizada

- O foco do estudo é no mecanismo e suas propriedades, não em como cada jogador chega em sua estratégia.
- Em geral, o problema é modelado como uma forma de leilão.
- Inicialmente inclui várias suposições e posteriormente mostra maneiras de relaxar algumas destas.

Abordagem Utilizada

- O foco do estudo é no mecanismo e suas propriedades, não em como cada jogador chega em sua estratégia.
- Em geral, o problema é modelado como uma forma de leilão.
- Inicialmente inclui várias suposições e posteriormente mostra maneiras de relaxar algumas destas.

Mecanismo

Dados instantes discretos de tempo $T = \{1, 2, \dots\}$, um mecanismo faz uma sequencia de decisões $k = (k^1, k^2, \dots)$, onde k^t representa a decisão tomada no instante t.
T pode ser ilimitado ou não.

Caracterização dos Jogadores

Mecanismo trata os jogadores subdividindo-os em tipos.
Para cada jogador i, seja $\theta_i = (a_i, d_i, w_i) \in \Theta$ seu tipo, onde:

- Θ é o conjunto de todos os possíveis tipos de jogadores.
- a_i representa o momento de chegada do jogador i no jogo.
- d_i representa o momento de saída do jogador i do jogo.
- w_i representa a valoração do jogador i, e é invariante a todos os eventos que ocorrem fora do intervalo $[a_i, d_i]$.

θ_i define uma função de valoração $v_i = (\theta_i, k^{[a_i,t]}) \in \mathbb{R}$, $t \in [a_i, d_i]$.

Mecanismo Online com Revelação Direta

- Seja $\omega \in \Omega$ o conjunto de eventos estocásticos que ocorrem no ambiente e que não estão sub o controle nem do mecanismo, nem dos jogadores. Seja ω^t as informações conhecidas no momento t de tais eventos, $\omega^t \in \Omega^t, \Pi_{t \in T}\Omega^t = \Omega$.
- Seja θ^t o conjunto dos jogadores que fazem seu lance no instante t.
- Seja $h^t = (\theta^1, \ldots, \theta^t; \omega^1, \ldots, \omega^t; k^1, \ldots, k^{t-1}) \in H^t$ o estado do mecanismo no instante t, onde H^t é o conjunto de todos os possíveis estados no instante t.
- Seja $K(h^t)$ o conjunto de todas as decisões possíveis no instante t e seja $I(h^t)$ o conjunto de todos os jogadores ativos no instante t.

Mecanismo Online com Revelação Direta

Um Mecanismo Online com Revelação Direta $M = (\pi, x)$ restringe cada jogador a fazer um único lance informando seu tipo e define uma política de decisão $\pi = \{\pi^t\}, t \in T$ e uma política de pagamento $x = \{x^t\}, t \in T$, onde a decisão $\pi^t(h^t) \in K(h^t)$ é tomada com base no estado h^t e o pagamento $x_i^t(h^t) \in \mathbb{R}$ é coletado de cada agente $i \in I(h^t)$.

Lances com Falsidade Limitada

- Seja $C(\theta_i) \subseteq \Theta$ o conjunto de possíveis lances do jogador i, cujo tipo real é θ_i.
- Um modelo que satisfaz *lances falsos sem chegadas prematuras* implica que para um jogador $i, C(\theta_i) = \{\hat{\theta}_i = (\hat{a}_i, \hat{d}_i, \hat{w}_i) : a_i \leq \hat{a}_i \leq \hat{d}_i, \hat{w}_i \in \mathbb{W}\}$.
- Um modelo que satisfaz *lances falsos sem saídas atrasadas* implica que para um jogador $i, C(\theta_i) = \{\hat{\theta}_i = (\hat{a}_i, \hat{d}_i, \hat{w}_i) : \hat{a}_i \leq \hat{d}_i \leq d_i, \hat{w}_i \in \mathbb{W}\}$.
- Um modelo que satisfaz ambas as restrições é dito *com restrições razoaveis de falsidade nos lances*.

Mecanismo Online à Prova de Estratégia (Induz à Verdade)

- Seja $\theta_{-i} = (\theta_1, \ldots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \ldots)$.
- Seja $p_i(\theta, \omega) = \Sigma_{t \in T} x_i^t$.

Um mecanismo online é à prova de estratégia dado lances com falsidade limitada se:

$$v_i(\theta_i, \pi(\theta_i, \theta'_{-i}, \omega)) - p_i(\theta_i, \theta'_{-i}, \omega) \geq$$
$$v_i(\theta_i, \pi(\hat{\theta}_i, \theta'_{-i}, \omega)) - p_i(\hat{\theta}_i, \theta'_{-i}, \omega),$$
$$\forall \hat{\theta}_i \in C(\theta_i), \forall \theta_i, \forall \theta'_{-i} \in C(\theta_{-i}), \forall \theta_{-i}, \forall \omega \in \Omega.$$

Domínios Online de um Único Valor

Seja $L_i = \{l_i^1, l_i^2, \dots\}$ um conjunto composto por conjuntos de items que o jogador i tem interesse.
Em um domínio online de um único valor, cada jogador i é definido por $\theta_i = (a_i, d_i, (r_i, L_i)), r_i \in \mathbb{R}$, onde θ_i define a função de valoração $v_i(\theta_i, k) = \begin{cases} r_i, \ \exists j{\in}\mathbb{N}, \ t{\in}[a_i{,}d_i] \mid l_i^j{\subseteq}k_i^t \\ 0, \ cc \end{cases}$

Valor Crítico

Seja $D_i(\pi(\theta_i, \theta_{-i}, \omega)) \in \{0, 1\}$ tal que vale 1 se a política π toma alguma decisão interessante para o jogador i, ou zero caso contrário.

O valor crítico para o jogador i, dado $\theta_i = (a_i, d_i, (r_i, L_i))$, uma política π em um domínio de valor único e θ_{-i} e ω fixos, é definido como:

$$v^c_{(a_i,d_i,L_i)}(\theta_{-i}, \omega) = \begin{cases} \min r_i' \mid D_i(\pi((a_i,d_i,(r_i',L_i)),\theta_{-i},\omega))=1 \\ \infty, \; cc \end{cases}$$

Monotonicidade

Uma política π é monotônica se
$$((D_i(\pi((a_i, d_i, (r_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 1) \wedge (r_i > v^c_{(a_i,d_i,L_i)}(\theta_{-i}, \omega))) \implies (D_i(\pi((a_i, d_i, (r'_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 1), \forall r'_i > r_i, \forall \theta_{-i}, \forall \omega \in \Omega.$$

1. Visão Geral
2. Definições
3. Resultados

Lema 1

Lema 1.
Dada uma política monotônica, o valor crítico do jogador i independe do valor r_i e aumenta monotonicamente em intervalos sucessivamente mais apertados de chegada e saída.

Demonstração.
Fixe $\theta_{-i}, \omega \in \Omega$. Assuma por contradição que $a'_i \geq a_i$, $d'_i \leq d_i$, porém $r'_i < r_i$, onde $r'_i = v^c_{(a'_i, d'_i, L_i)}(\theta_{-i}, \omega)$ e $r_i = v^c_{(a_i, d_i, L_i)}(\theta_{-i}, \omega)$. Nestas condições $D_i(\pi((a_i, d_i, (r_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 0$, mas $D_i(\pi((a'_i, d'_i, (r_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 1$, contradizendo a monotonicidade. □

Lema 1

Lema 1.

Dada uma política monotônica, o valor crítico do jogador i independe do valor r_i e aumenta monotonicamente em intervalos sucessivamente mais apertados de chegada e saída.

Demonstração.

Fixe $\theta_{-i}, \omega \in \Omega$. Assuma por contradição que $a_i' \geq a_i$, $d_i' \leq d_i$, porém $r_i' < r_i$, onde $r_i' = v^c_{(a_i', d_i', L_i)}(\theta_{-i}, \omega)$ e $r_i = v^c_{(a_i, d_i, L_i)}(\theta_{-i}, \omega)$. Nestas condições $D_i(\pi((a_i, d_i, (r_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 0$, mas $D_i(\pi((a_i', d_i', (r_i, L_i)), \theta_{-i}, \omega)) = 1$, contradizendo a monotonicidade. $\square$

Teorema 1

Teorema 1.

É possível implementar uma política monotônica que induz à verdade em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos e com restrições razoaveis de falsidade nos lances.

Demonstração.

Defina a política de pagamento onde

$$x_i^t(h^t) = \begin{cases} v^c_{(\hat{a}_i,\hat{d}_i,L_i)}(\hat{\theta}_{-i},\omega), \; se \; (D_i(\pi(\hat{\theta}_i,\hat{\theta}_{-i},\omega))=1) \wedge (t=\hat{d}_i) \\ 0, \; cc \end{cases}$$

Fixe $\theta_i, \theta_{-i}, \omega \in \Omega$ e assuma que o jogador *i* fala a verdade em seu lance. □

Teorema 1

Teorema 1.

É possível implementar uma política monotônica que induz à verdade em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos e com restrições razoaveis de falsidade nos lances.

Demonstração.

Defina a política de pagamento onde

$$x_i^t(h^t) = \begin{cases} v^c_{(\hat{a}_i,\hat{d}_i,L_i)}(\hat{\theta}_{-i},\omega), \; se \; (D_i(\pi(\hat{\theta}_i,\hat{\theta}_{-i},\omega))=1) \wedge (t=\hat{d}_i) \\ 0, \; cc \end{cases}$$

Fixe $\theta_i, \theta_{-i}, \omega \in \Omega$ e assuma que o jogador i fala a verdade em seu lance. $\square$

Teorema 1

Demonstração - caso a).

Se a política π não toma nenhuma decisão interessante para o jogador i, isto implica que $v^c_{(a_i,d_i,L_i)}(\theta_{-i},\omega) > r_i$.
Neste caso, a única forma deste jogador passar a ser alocado (receber alguma decisão interessante) é trocar seu lance para algum $\theta'_i = (a_i, d_i, (r'_i, L_i)), r'_i > r_i$, porém esta alteração implica que o jogador i terá utilidade negativa caso passe a ser alocado. $\square$

Teorema 1

Demonstração - caso b).

Se a política π toma alguma decisão interessante para o jogador i, isto implica que sua utilidade é não-negativa, pois $v^c_{(a_i,d_i,L_i)}(\theta_{-i},\omega) \leq r_i$.
Além disso, pelo Lema 1 seu valor crítico e, por decorrência, sua utilidade independem de seu valor r_i, portanto não é possível ao jogador i aumentar sua utilidade declarando algum $\hat{\theta}_i \neq \theta_i$. $\square$

Resultados

Lema 2.

Em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos, qualquer mecanismo online para agentes racionais necessariamente deve coletar pagamentos equivalentes aos valores críticos de cada jogador alocado.

teorema 2.

Em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos e com restrições razoaveis de falsidade nos lances, qualquer política π que induz à verdade e que não paga jogadores não alocados precisa necessariamente ser monotônica.

Resultados

Lema 2.

Em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos, qualquer mecanismo online para agentes racionais necessariamente deve coletar pagamentos equivalentes aos valores críticos de cada jogador alocado.

teorema 2.

Em um domínio de valor único em conjuntos de interesse conhecidos e com restrições razoaveis de falsidade nos lances, qualquer política π *que induz à verdade e que não paga jogadores não alocados precisa necessariamente ser monotônica.*

Algoritmo

Considere que a cada instante de tempo há exatamente um item à venda.
Seja um lance do jogador i definido por $\hat{\theta}_i = (\hat{a}_i, \hat{d}_i, \hat{w}_i)$, $\hat{w}_i \in \mathbb{R}$, necessariamente feito no instante $t = \hat{a}_i$.
(i) A cada instante de tempo, aloque o item ao jogador não alocado com o maior lance, decidindo empates ao acaso.
(ii) Cada jogador paga seu valor crítico no momento de sua partida.

Referências

- Algorithmic Game Theory, Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V Vazirani, Cambridge University Press.