

# Análise de Algoritmos

**Estes slides são adaptações de slides  
do Prof. Paulo Feofiloff e do Prof. José Coelho de Pina.**

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

**Escalonamento:** permutação  $\pi$ , onde  $\pi(i)$  denota a posição da tarefa  $i$  na ordem de execução.

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

**Escalonamento:** permutação  $\pi$ , onde  $\pi(i)$  denota a posição da tarefa  $i$  na ordem de execução.

Dado  $\pi$ , o instante de início da tarefa  $i$  é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a  $i$ .

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

**Escalonamento:** permutação  $\pi$ , onde  $\pi(i)$  denota a posição da tarefa  $i$  na ordem de execução.

Dado  $\pi$ , o instante de início da tarefa  $i$  é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a  $i$ .

Instante de término:  $f_i = s_i + t_i$ .

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

**Escalonamento:** permutação  $\pi$ , onde  $\pi(i)$  denota a posição da tarefa  $i$  na ordem de execução.

Dado  $\pi$ , o instante de início da tarefa  $i$  é

$$s_i = \sum_{j=1}^{\pi(i)-1} t_{\pi^{-1}(j)},$$

ou seja, é a soma das durações das tarefas anteriores a  $i$ .

Instante de término:  $f_i = s_i + t_i$ .

**Atraso**  $l_i$ : 0 se  $f_i \leq d_i$  e  $d_i - f_i$  c.c.

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

Dado escalonamento  $\pi$ ,

$s_i$ : início do processamento da tarefa  $i$

$f_i$ : fim do processamento da tarefa  $i$

$\ell_i$ : atraso da tarefa  $i$

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

Dado escalonamento  $\pi$ ,

$s_i$ : início do processamento da tarefa  $i$

$f_i$ : fim do processamento da tarefa  $i$

$\ell_i$ : atraso da tarefa  $i$

**Problema:** Dados  $d$  e  $t$ , encontrar  $\pi$  cujo atraso máximo é mínimo.

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

Dado escalonamento  $\pi$ ,

$s_i$ : início do processamento da tarefa  $i$

$f_i$ : fim do processamento da tarefa  $i$

$\ell_i$ : atraso da tarefa  $i$

**Problema:** Dados  $d$  e  $t$ , encontrar  $\pi$  cujo atraso máximo é mínimo.

**Exemplo:**  $t_1 = 1$  e  $d_1 = 2$ ,  $t_2 = 2$  e  $d_2 = 4$ ,  $t_3 = 3$  e  $d_3 = 6$ .

# Mais um problema de escalonamento

$d_i$ : deadline da tarefa  $i$

$t_i$ : tempo de processamento da tarefa  $i$

Dado escalonamento  $\pi$ ,

$s_i$ : início do processamento da tarefa  $i$

$f_i$ : fim do processamento da tarefa  $i$

$l_i$ : atraso da tarefa  $i$

**Problema:** Dados  $d$  e  $t$ , encontrar  $\pi$  cujo atraso máximo é mínimo.

**Exemplo:**  $t_1 = 1$  e  $d_1 = 2$ ,  $t_2 = 2$  e  $d_2 = 4$ ,  $t_3 = 3$  e  $d_3 = 6$ .

Escalonamento com atraso mínimo:  $(1, 2, 3)$

Atrasos:  $l_1 = l_2 = l_3 = 0$ .

# Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor  $t_i$  primeiro)

Funciona?

# Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor  $t_i$  primeiro)

Funciona?

Não...

Exemplo:  $d_1 = 10$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 8$  e  $t_2 = 8$ .

# Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor  $t_i$  primeiro)

Funciona?

Não...

Exemplo:  $d_1 = 10$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 8$  e  $t_2 = 8$ .

- LST - least slack time (menor  $d_i - t_i$  primeiro)

Funciona?

# Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor  $t_i$  primeiro)

Funciona?

Não...

Exemplo:  $d_1 = 10$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 8$  e  $t_2 = 8$ .

- LST - least slack time (menor  $d_i - t_i$  primeiro)

Funciona?

Também não...

Exemplo:  $d_1 = 2$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 10$  e  $t_2 = 10$ .

# Possíveis critérios gulosos

- SPT - shortest processing time (menor  $t_i$  primeiro)

Funciona?

Não...

Exemplo:  $d_1 = 10$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 8$  e  $t_2 = 8$ .

- LST - least slack time (menor  $d_i - t_i$  primeiro)

Funciona?

Também não...

Exemplo:  $d_1 = 2$  e  $t_1 = 1$ ,  $d_2 = 10$  e  $t_2 = 10$ .

- EDD - earliest due date (menor  $d_i$  primeiro)

Funciona?

# Algoritmo resultante

GULOSO ( $d, t, n$ )

- 1 seja  $\pi$  permutação tq  $d[\pi^{-1}(1)] \leq \dots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
- 2 **devolva**  $\pi$

Nem olhamos o  $t$ ... Será que isso funciona???

# Algoritmo resultante

GULOSO ( $d, t, n$ )

- 1 seja  $\pi$  permutação tq  $d[\pi^{-1}(1)] \leq \dots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
- 2 **devolva**  $\pi$

Nem olhamos o  $t$ ... Será que isso funciona???

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento, uma **inversão** é um par de índices  $i$  e  $j$  tais que  $\pi(i) < \pi(j)$  e  $d_i > d_j$ .

# Algoritmo resultante

GULOSO  $(d, t, n)$

- 1 seja  $\pi$  permutação tq  $d[\pi^{-1}(1)] \leq \dots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
- 2 **devolva**  $\pi$

Nem olhamos o  $t$ ... Será que isso funciona???

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento, uma **inversão** é um par de índices  $i$  e  $j$  tais que  $\pi(i) < \pi(j)$  e  $d_i > d_j$ .

**Afirmção 1:** Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

# Algoritmo resultante

GULOSO ( $d, t, n$ )

- 1 seja  $\pi$  permutação tq  $d[\pi^{-1}(1)] \leq \dots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
- 2 **devolva**  $\pi$

Nem olhamos o  $t$ ... Será que isso funciona???

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento, uma **inversão** é um par de índices  $i$  e  $j$  tais que  $\pi(i) < \pi(j)$  e  $d_i > d_j$ .

**Afirmção 1:** Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

Prova feita na aula.

# Algoritmo resultante

GULOSO  $(d, t, n)$

- 1 seja  $\pi$  permutação tq  $d[\pi^{-1}(1)] \leq \dots \leq d[\pi^{-1}(n)]$
- 2 **devolva**  $\pi$

Nem olhamos o  $t$ ... Será que isso funciona???

Note que não há tempo ocioso em uma solução.

Dado um escalonamento, uma **inversão** é um par de índices  $i$  e  $j$  tais que  $\pi(i) < \pi(j)$  e  $d_i > d_j$ .

**Afirmção 1:** Dois escalonamentos sem inversão têm o mesmo atraso máximo.

**Afirmção 2:** Existe uma solução que não tem nenhuma inversão.

Provas feitas na aula.