

MAC 338 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2011

Lista 4

1. Desenhe a árvore de decisão para o SELECTIONSORT aplicado a $A[1..3]$ com todos os elementos distintos.
2. (CLRS 8.1-1) Qual o menor profundidade (= menor nível) que uma folha pode ter em uma árvore de decisão que descreve um algoritmo de ordenação baseado em comparações?
3. Mostre que $\lg(n!) \geq (n/4) \lg n$ para $n \geq 4$ sem usar a fórmula de Stirling.
4. (CLRS 8.1-3) Mostre que não há algoritmo de ordenação baseado em comparações cujo consumo de tempo é linear para pelo menos metade das $n!$ permutações de 1 a n . O que acontece se trocarmos “metade” por uma fração de $1/n$? O que acontece se trocarmos “metade” por uma fração de $1/2^n$?

5. (CLRS 8.2-1) Simule a execução do COUNTINGSORT usando como entrada o vetor

$$A[1..11] = \langle 6, 0, 2, 0, 1, 3, 4, 6, 1, 3, 2 \rangle.$$

6. (CLRS 8.2-2) Mostre que o COUNTINGSORT é estável.
7. (CLRS 8.2-3) Suponha que o **para** da linha 7 do COUNTINGSORT é substituído por

para $j \leftarrow 1$ até n faça

Mostre que o COUNTINGSORT ainda funciona. O algoritmo resultante continua estável?

8. (CLRS 8.2-4) Descreva um algoritmo que, dados n inteiros no intervalo de 1 a k , preprocesse sua entrada e então responda em $O(1)$ qualquer consulta sobre quantos dos n inteiros dados caem em um intervalo $[a..b]$. O pré-processamento efetuado pelo seu algoritmo deve consumir tempo $O(n+k)$.
9. (CLRS 8.3-2) Quais dos seguintes algoritmos de ordenação são estáveis: insertionsort, mergesort, heapsort, e quicksort. Descreva uma maneira simples de deixar qualquer algoritmo de ordenação estável. Quanto tempo e/ou espaço adicional a sua estratégia usa?
10. (CLRS 8.3-4) Mostre como ordenar n inteiros no intervalo de 0 até n^2-1 em tempo $O(n)$.
11. (CLRS 8.4-1) Simule a execução do BUCKETSORT com o vetor

$$A[1..10] = \langle 0.79, 0.13, 0.16, 0.64, 0.39, 0.20, 0.89, 0.53, 0.71, 0.42 \rangle.$$

12. (CLRS 8.4-2) Qual é o consumo de tempo de pior caso para o BUCKETSORT? Que simples ajuste do algoritmo melhora o seu pior caso para $O(n \lg n)$ e mantém o seu consumo esperado de tempo linear.
13. (CLRS 8.4-3) Seja X uma variável aleatória que é igual ao número de caras em duas jogadas de uma moeda justa. Quanto vale $E[X^2]$? Quanto vale $E[X]^2$?