

MAC 338 – Análise de Algoritmos
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2008
Terceira Prova – 3 de julho

Nome do aluno: _____ Curso: _____

Assinatura: _____

No. USP: _____ Professor: _____

Instruções

1. Não destaque as folhas deste caderno.
2. A prova pode ser feita a lápis.
3. A legibilidade também faz parte da nota!
4. A prova consta de 4 questões. Verifique antes de começar a prova se o seu caderno de questões está completo.
5. Não é permitido o uso de folhas avulsas para rascunho.
6. Não é necessário apagar rascunhos no caderno de questão mas especifique qual é a resposta e qual é o rascunho.
7. A prova é sem consulta.

Não escrever nesta parte da folha

Questão	Nota	Observação
1		
2		
3		
4		
Total		

Boa prova!

1. [3,0 pontos]

Projete uma estrutura de dados que suporte as seguintes duas operações sobre um conjunto S de inteiros:

(a) **insere**(S, x): insere x no conjunto S ;

(b) **remova_maior_metade**(S): remove os maiores $\lceil |S|/2 \rceil$ elementos de S .

Explique como implementar essa estrutura de dados de maneira que m operações consumam tempo $O(m)$.

Mais precisamente, diga como S é armazenado, e escreva os dois algoritmos acima. Diga quanto tempo cada um deles consome no pior caso. Depois mostre que uma seqüência arbitrária de m chamadas a **insere** ou **remova_maior_metade** sobre um conjunto S inicialmente vazio tem custo total $O(m)$ no pior caso.

2. [1,5 pontos]

Considere a implementação do union-find por árvores enraizadas. Segue a implementação recursiva do FINDSET com compressão de caminhos.

```
FINDSET ( $x$ )  
1 se  $x \neq \text{pai}[x]$   
2   então  $\text{pai}[x] \leftarrow \text{FINDSET}(x)$   
3 devolva  $\text{pai}[x]$ 
```

Escreva uma versão não recursiva do FINDSET com compressão de caminhos. O consumo de tempo da sua função deve ser assintoticamente igual ao da acima e o consumo de espaço extra deve ser $O(1)$.

3. [3,0 pontos]

Mostre que, se todos os caracteres do padrão $P[1..m]$ são distintos, o algoritmo ingênuo que busca P em um texto $T[1..n]$ pode ser modificado para consumir tempo $O(n)$.

Mais precisamente, escreva uma versão modificada do algoritmo ingênuo de busca de padrão que, dado $T[1..n]$ e $P[1..m]$ onde todos os caracteres de P são distintos, consome tempo $O(n)$ para imprimir todas as posições do texto $T[1..n]$ em que $P[1..m]$ aparece. Mostre que seu algoritmo de fato consome tempo $O(n)$ no pior caso.

4. [1,0 + 1,5 pontos]

Seja $G = (V, E)$ um grafo. Um conjunto $S \subseteq V$ é *independente* se quaisquer dois vértices de S não são adjacentes. Ou seja, não há nenhuma aresta do grafo com as duas pontas em S . O problema IS consiste no seguinte: dado um grafo G e um inteiro $k \geq 0$, existe um conjunto independente em G com k vértices? Mostre que IS é NP-completo.