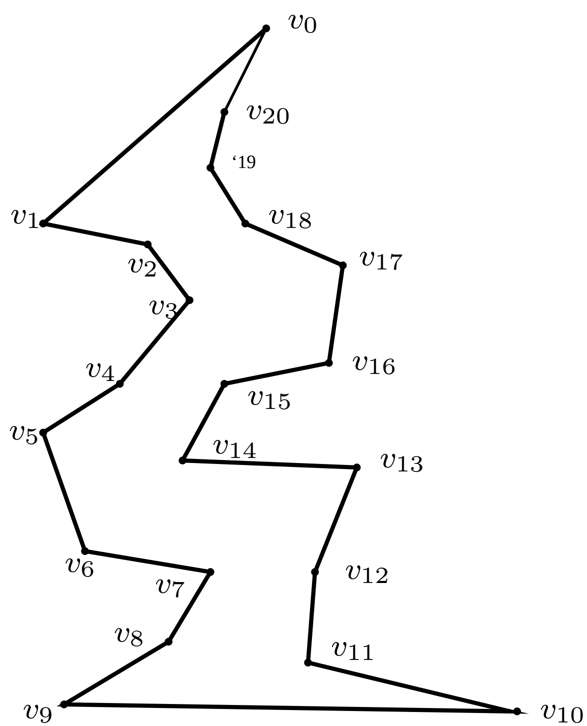
Polígonos monótonos

Um polígono P é monótono em relação a uma reta L se $P \cap L'$ é conexo para toda reta L' perpendicular a L.

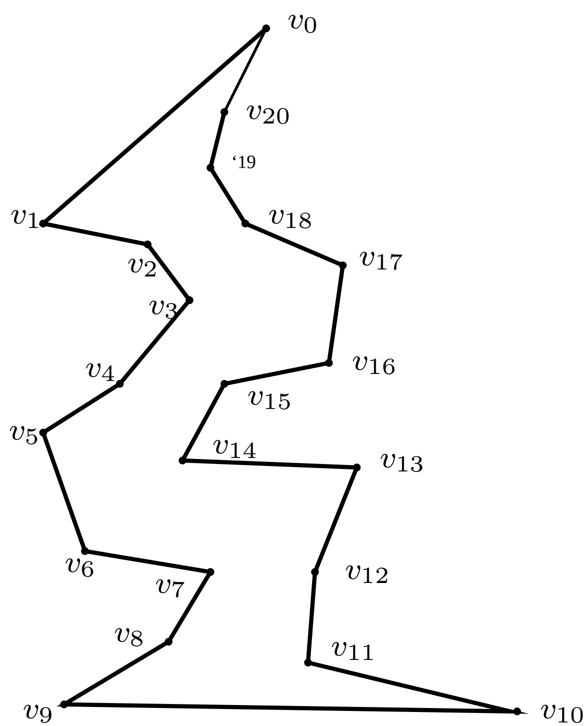
Se L é o eixo y, dizemos que P é y-monótono.



Polígonos monótonos

Um polígono P é monótono em relação a uma reta L se $P \cap L'$ é conexo para toda reta L' perpendicular a L.

Se L é o eixo y, dizemos que P é y-monótono.



Sabemos triangularizar P em tempo linear.

Triangularização em $O(n \lg n)$

P: polígono arbitrário com n vértices

Idéia do algoritmo:

Triangularização em $O(n \lg n)$

P: polígono arbitrário com n vértices

Idéia do algoritmo:

- particionar P em polígonos monótonos
- triangularizar cada um deles em tempo linear

Triangularização em $O(n \lg n)$

P: polígono arbitrário com n vértices

Idéia do algoritmo:

- particionar P em polígonos monótonos
- triangularizar cada um deles em tempo linear

Partição tem que consumir tempo $O(n \lg n)$!

Triangularização em $O(n \lg n)$

P: polígono arbitrário com n vértices

Idéia do algoritmo:

- particionar P em polígonos monótonos
- triangularizar cada um deles em tempo linear

Partição tem que consumir tempo $O(n \lg n)$!

Como fazemos isso?

Triangularização em $O(n \lg n)$

P: polígono arbitrário com n vértices

Idéia do algoritmo:

- particionar P em polígonos monótonos
- triangularizar cada um deles em tempo linear

Partição tem que consumir tempo $O(n \lg n)$!

Como fazemos isso?

Usando uma trapezoidalização especial de P.

Trapezoidalização

Trapézio: quadrilátero com duas arestas paralelas

Trapezoidalização

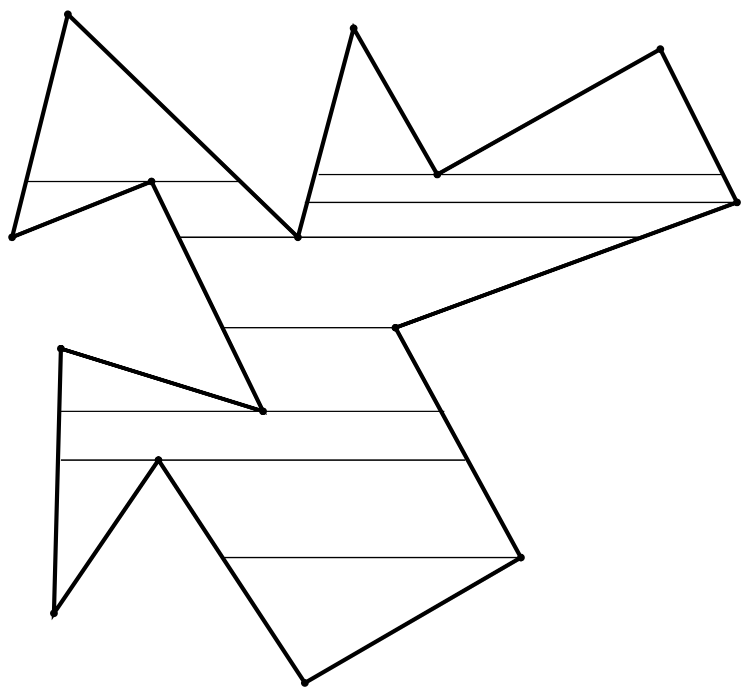
Trapézio: quadrilátero com duas arestas paralelas

Trapezoidalização horizontal de um polígono P: resultado de traçar segmentos horizontais maximais contidos em P, passando por cada vértice de P.

Trapezoidalização

Trapézio: quadrilátero com duas arestas paralelas

Trapezoidalização horizontal de um polígono P: resultado de traçar segmentos horizontais maximais contidos em P, passando por cada vértice de P.



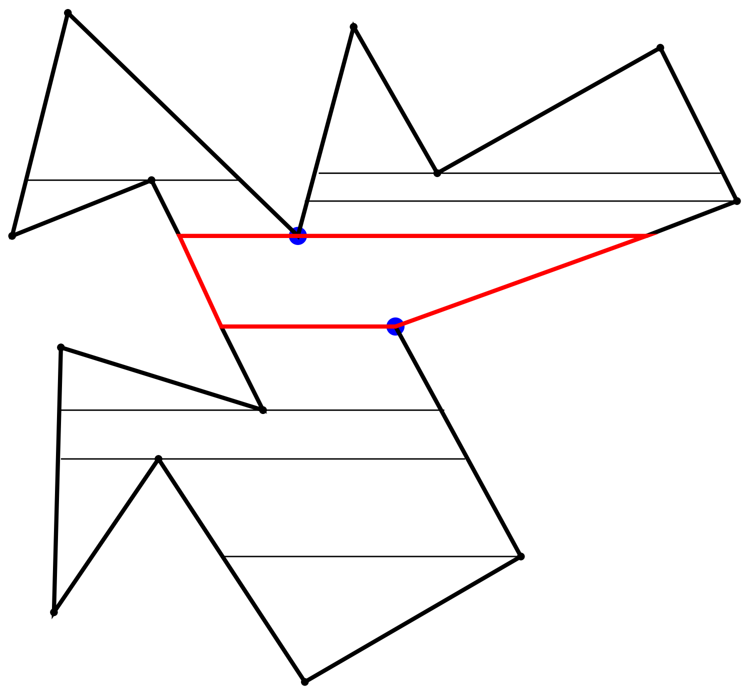
Trapezoidalização

Hipótese simplificadora:
não há dois vértices com a mesma y-coordenada.

Trapezoidalização

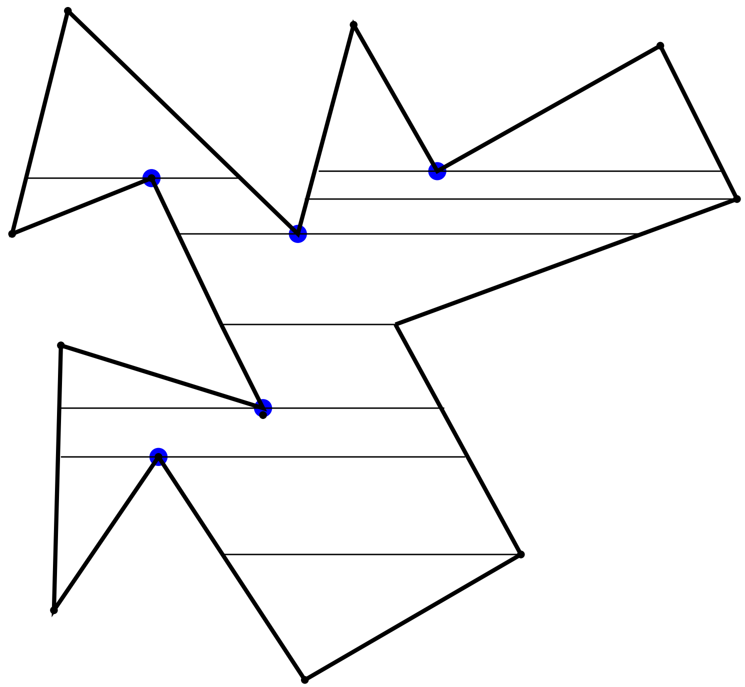
Hipótese simplificadora:
não há dois vértices com a mesma y-coordenada.

Afirmação: todo trapézio tem exatamente dois vértices de P em sua fronteira (vértices de suporte), um na aresta superior, outro na inferior.



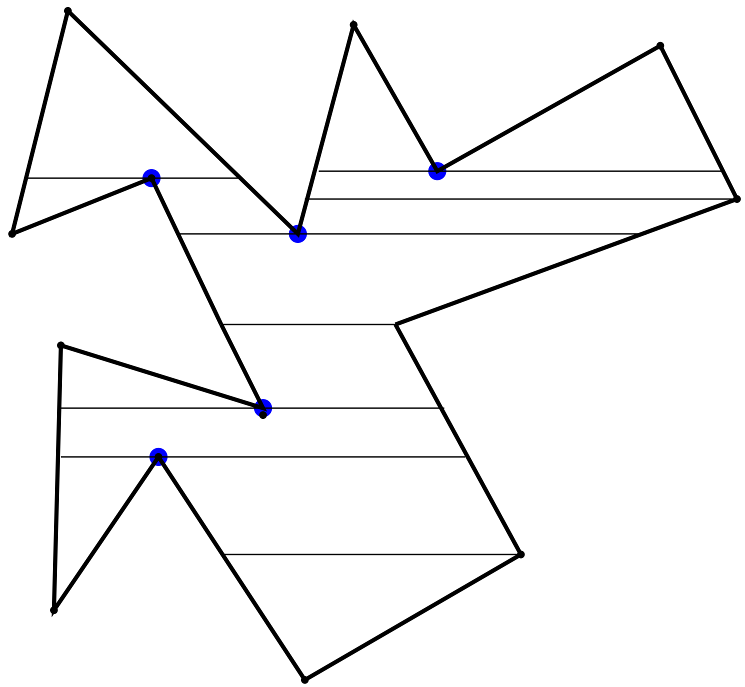
Pontas interiores

Ponta interior de P: vertice v reflexo cujos vizinhos em δP estão ambos acima ou ambos abaixo de v.



Pontas interiores

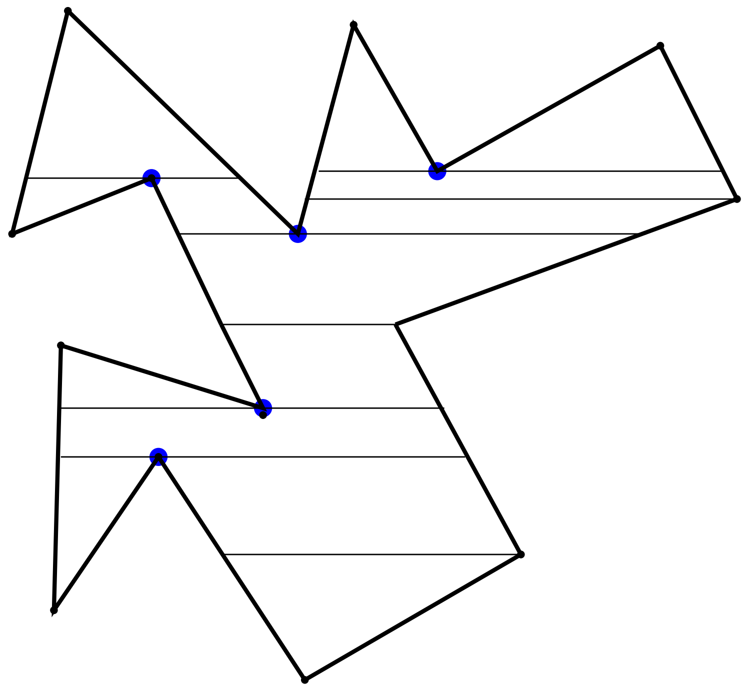
Ponta interior de P: vertice v reflexo cujos vizinhos em δP estão ambos acima ou ambos abaixo de v.



Lema: Se P não tem pontas interiores, P é y-monótono.

Pontas interiores

Ponta interior de P: vertice v reflexo cujos vizinhos em δP estão ambos acima ou ambos abaixo de v.



Lema: Se P não tem pontas interiores, P é y-monótono.

Ponta interior de P:
vértice de suporte no interior da aresta do seu trapézio.

Partição em polígonos monótonos

Lema: Se P não tem pontas interiores, P é monótono.

Idéia: acabar com as pontas interiores!

Partição em polígonos monótonos

Lema: Se P não tem pontas interiores, P é monótono.

Idéia: acabar com as pontas interiores!

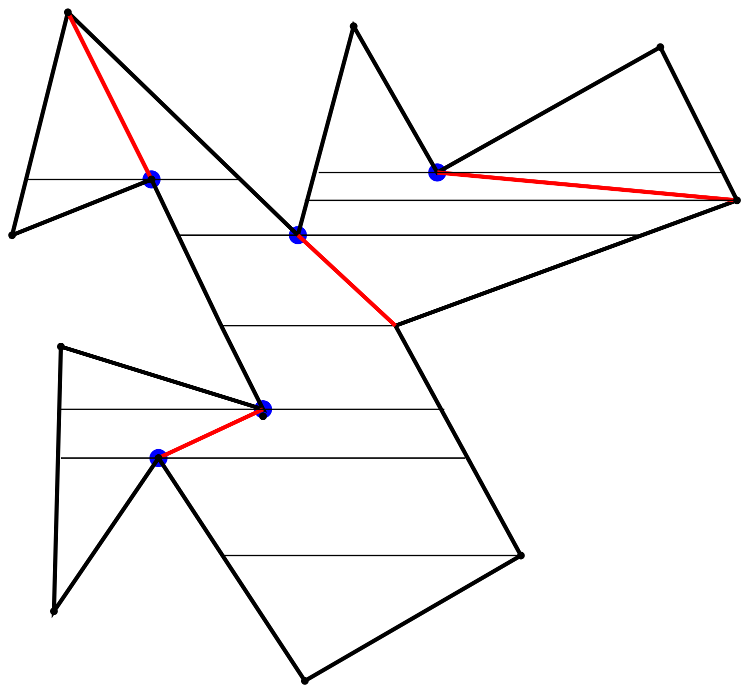
Como?

Partição em polígonos monótonos

Lema: Se P não tem pontas interiores, P é monótono.

Idéia: acabar com as pontas interiores!

Como?



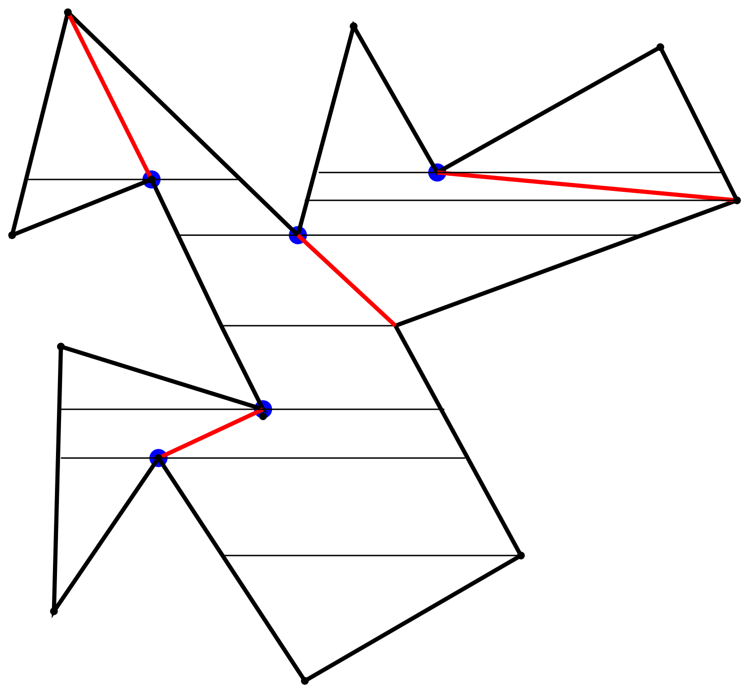
Uma diagonal a partir de cada ponta interior:

Partição em polígonos monótonos

Lema: Se P não tem pontas interiores, P é monótono.

Idéia: acabar com as pontas interiores!

Como?



Uma diagonal a partir de cada ponta interior:

diagonal entre a ponta e o outro vértice de suporte.

Algoritmo de Lee e Preparata

Entrada: polígono P com n vértices
Saída: triangulação de P

Algoritmo de Lee e Preparata

Entrada: polígono P com n vértices
Saída: triangulação de P

Técnica: linha de varredura

Eventos: vértices de P, ordenados por y-coordenada

Algoritmo de Lee e Preparata

Entrada: polígono P com n vértices
Saída: triangulação de P

Técnica: linha de varredura

Eventos: vértices de P, ordenados por y-coordenada

ED para a linha de varredura ℓ: ABBB ou skip list

O que é guardado na ED da linha de varredura?

Algoritmo de Lee e Preparata

Entrada: polígono P com n vértices
Saída: triangulação de P

Técnica: linha de varredura

Eventos: vértices de P, ordenados por y-coordenada

ED para a linha de varredura ℓ: ABBB ou skip list

O que é guardado na ED da linha de varredura?

Pares (e, u), onde

- e é uma aresta do polígono que cruza ℓ
- u é NIL ou é o vértice de suporte superior do trapézio que cruza ℓ e tem e como aresta esquerda

Algoritmo de Lee e Preparata

Entrada: polígono P com n vértices
Saída: triangulação de P

Técnica: linha de varredura

Eventos: vértices de P, ordenados por y-coordenada

ED para a linha de varredura ℓ: ABBB ou skip list

O que é guardado na ED da linha de varredura?

Pares (e, u), onde

- e é uma aresta do polígono que cruza ℓ
- u é NIL ou é o vértice de suporte superior do trapézio que cruza ℓ e tem e como aresta esquerda

(u: candidato a extremo de uma diagonal particionadora)

Algoritmo de Lee e Preparata

Em cada iteração, um evento (vértice) v é processado.

Linha de varredura ℓ sobre v.

T: ED da linha de varredura

Algoritmo de Lee e Preparata

Em cada iteração, um evento (vértice) v é processado.

Linha de varredura ℓ sobre v.

T: ED da linha de varredura

c e d: arestas do polígono incidentes a v

Algoritmo de Lee e Preparata

Em cada iteração, um evento (vértice) v é processado.

Linha de varredura ℓ sobre v.

T: ED da linha de varredura

c e d: arestas do polígono incidentes a v

Três casos a considerar: