Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

Objetivo:
tornar a busca em uma lista ligada ordenada mais eficiente.

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

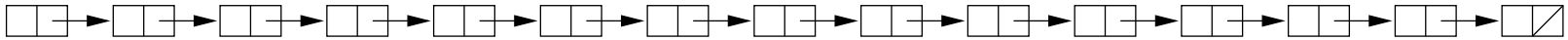
Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

Objetivo:
tornar a busca em uma lista ligada ordenada mais eficiente.

Ferramenta usada: aleatoriedade.

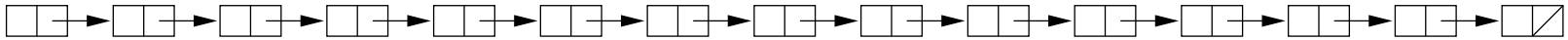
De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

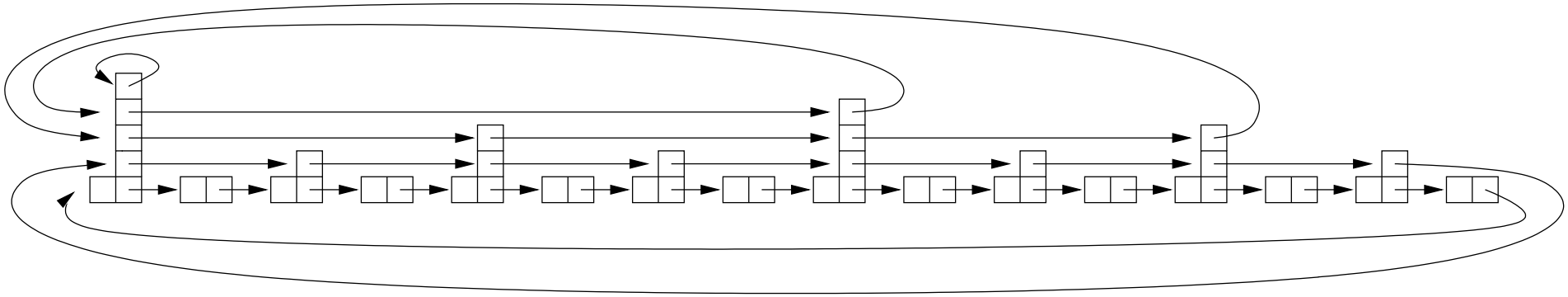


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

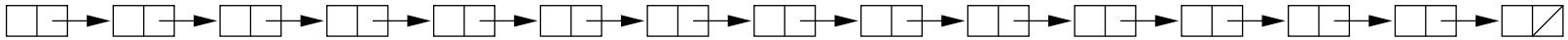


Uma extensão:

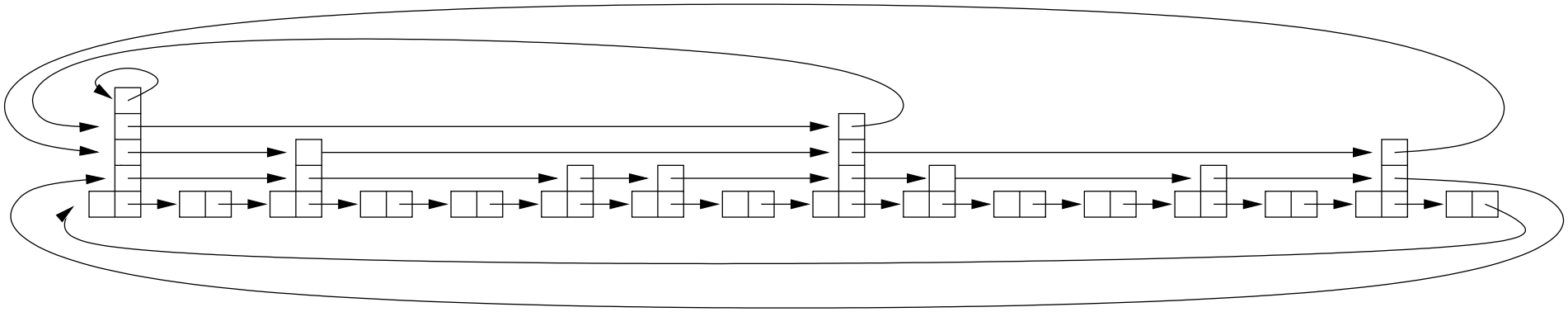


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

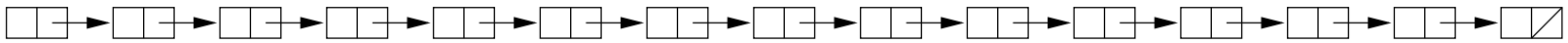


Uma skip list:

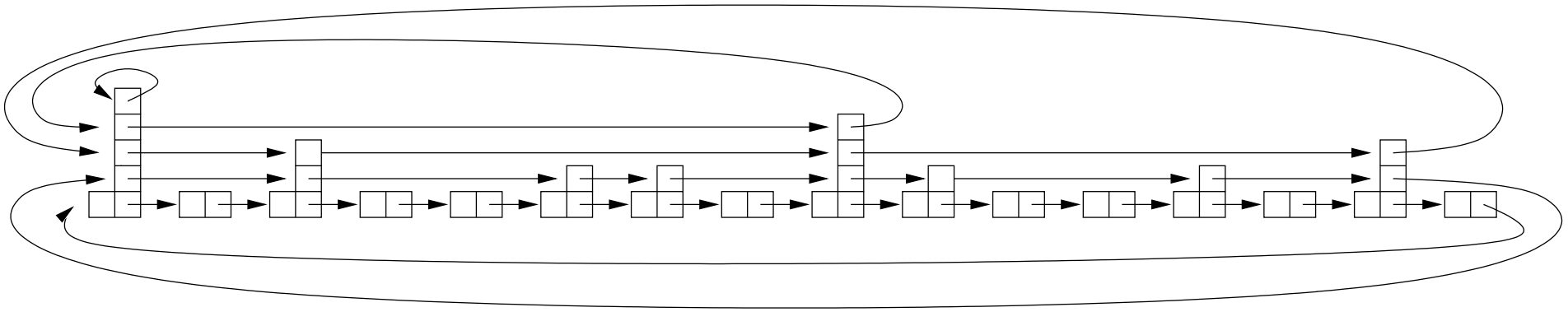


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:



Uma skip list:

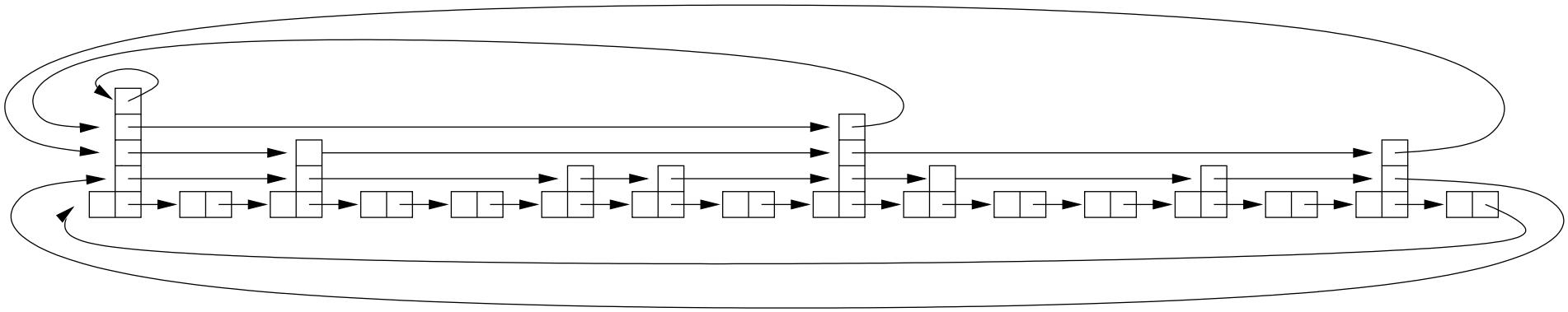


Resultado:

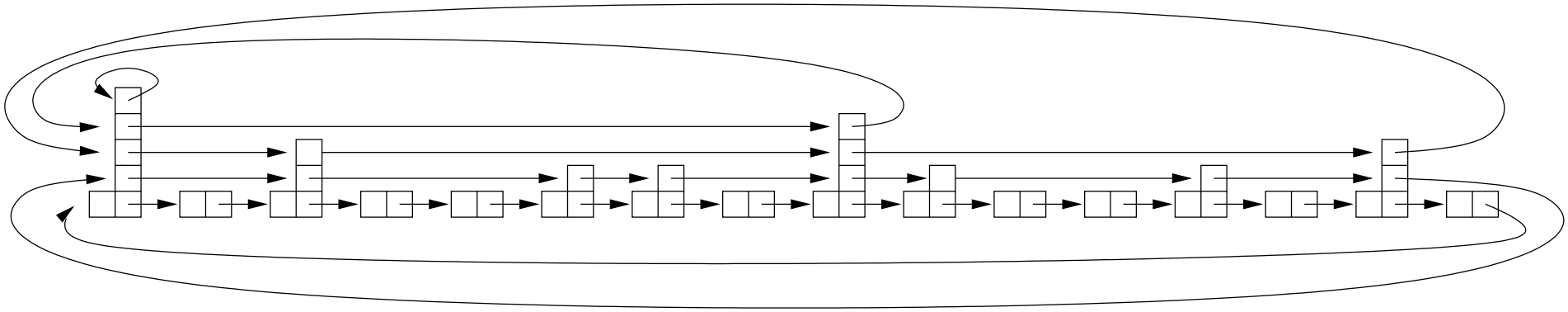
Lista ordenada com busca, inserção e remoção

em tempo esperado $O(\lg n)$.

Skip Lists

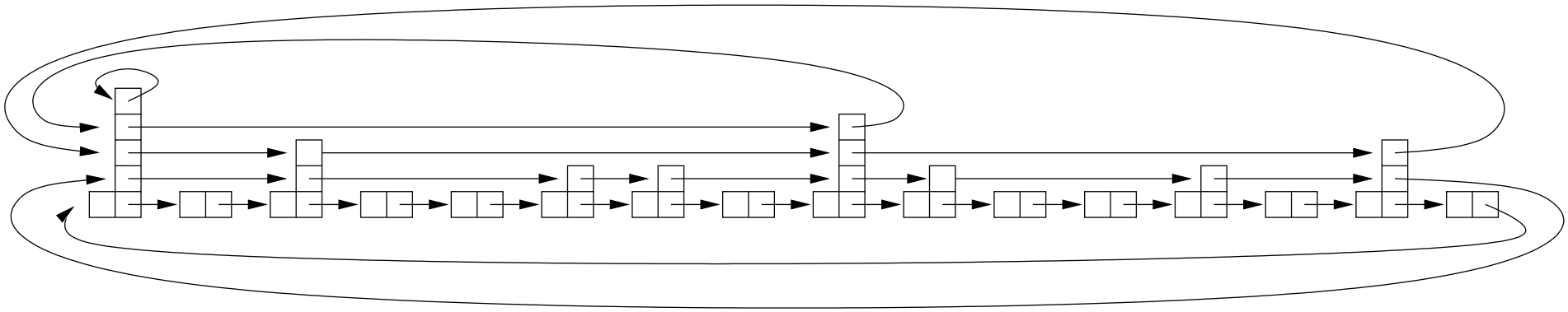


Skip Lists



Idéia: Ao inserir x na skip list, escolhemos aleatoriamente o número de apontadores de célula que vai conter x.

Skip Lists

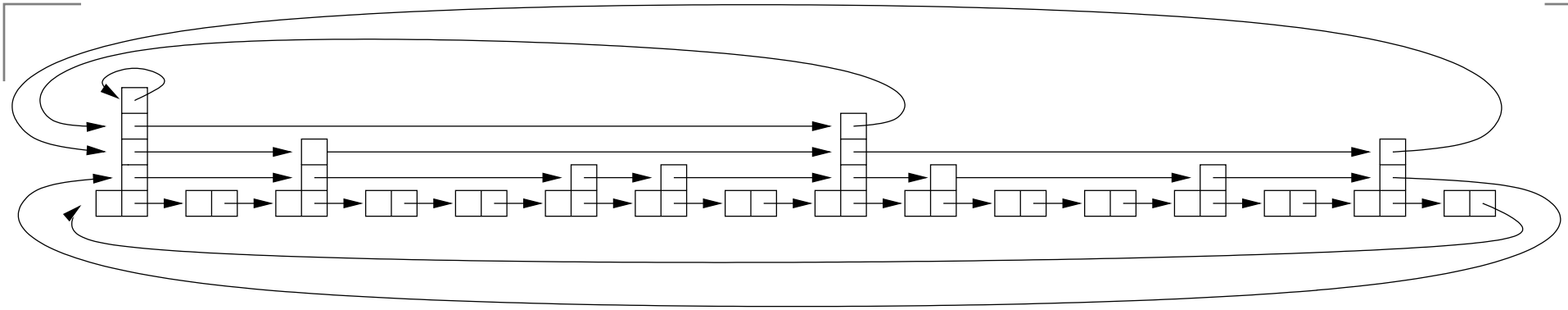


Idéia: Ao inserir x na skip list, escolhemos aleatoriamente o número de apontadores de célula que vai conter x.

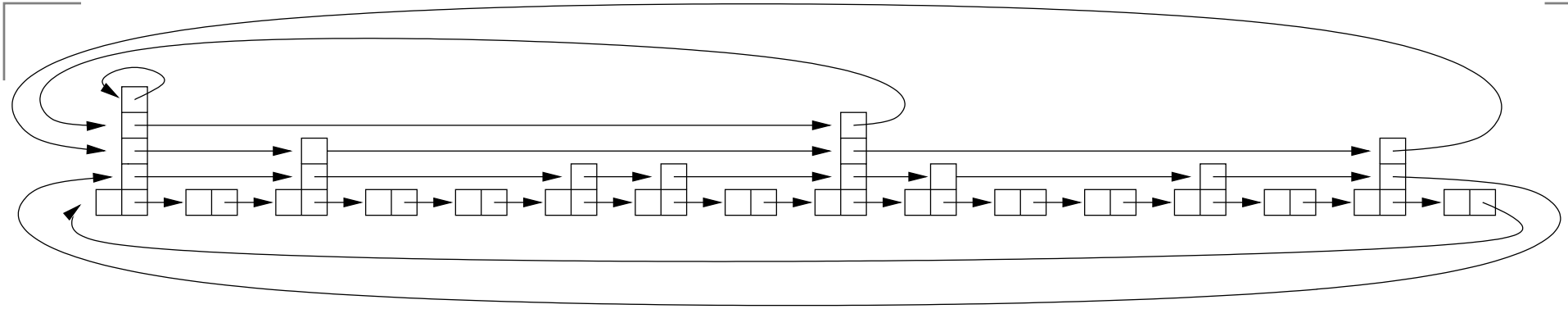
A escolha é feita de modo a preservar as proporções de apontadores por nível: se há N células na skip list,
o número esperado de apontadores no nível 0 é N;
o número esperado de apontadores no nível 1 é $N/2$;
o número esperado de apontadores no nível 2 é $N/4$;
o número esperado de apontadores no nível 3 é $N/8$;

e assim por diante...

Skip Lists

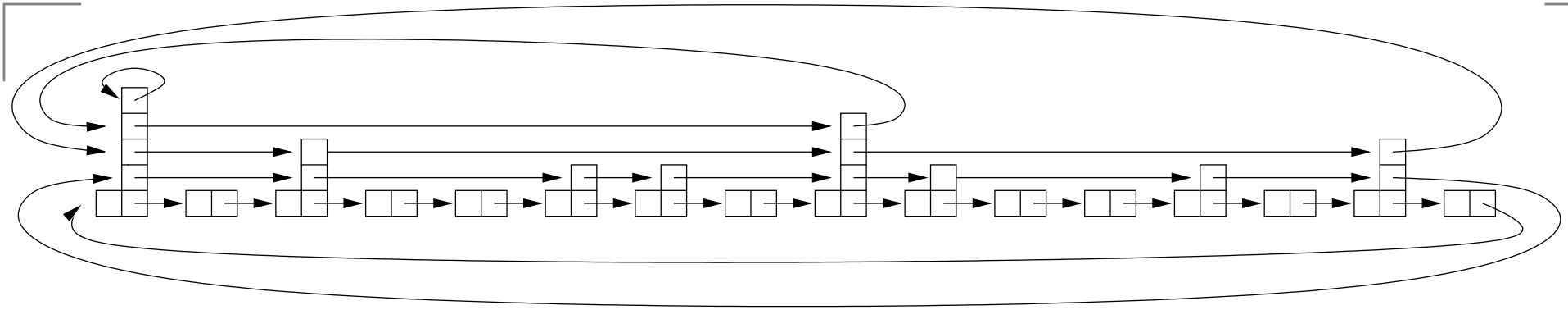


Skip Lists



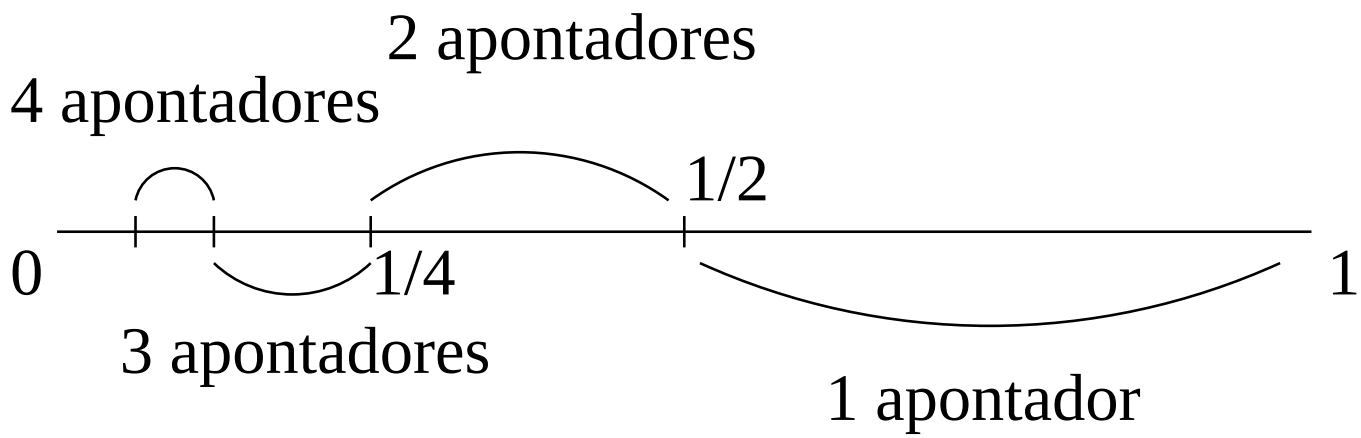
Ou seja, o número de apontadores (nível) da nova célula é k, com probabilidade $1/2^k$.

Skip Lists



Ou seja, o número de apontadores (nível) da nova célula é k, com probabilidade $1/2^k$.

t: número aleatório entre 0 e 1



Escolha do nível

lgNmax = nível máximo permitido
lgN = nível máximo existente no momento

```
NÍVEL-ALEATÓRIO ()
    t ← RAND()                          ▷ número aleatório em [0 . . 1)
    i ← 0
    j ← 1                               ▷ j = 2^i
    enquanto i < lgNmax e t ≤ 1/j faça
        j ← 2j
        i ← i + 1
    se i > lgN
        então lgN ← i
    devolva i
```

Busca numa skip list

BUSCA (r, x)

1 **devolva** BUSCA-NÍVEL (r, r, x, lgN)

Busca numa skip list

```
BUSCA (r, x)
    devolva BUSCA-NÍVEL (r, r, x, lgN)
```

```
BUSCA-NÍVEL (r, p, x, k)
    se x = chave(prox(p, k))
        devolva prox(p, k)
    se x < chave(prox(p, k))
        se k = 0
            devolva NIL
        senão
            devolva BUSCA-NÍVEL (r, p, x, k − 1)
    senão
        devolva BUSCA-NÍVEL (r, prox(p, k), x, k)
```

Inserção numa skip list

INSERE (r, x)

1 INSERE-NÍVEL $(r,$ NOVACEL$(x,$ NÍVEL-ALEATÓRIO$()), \lg N)$

2 $N \leftarrow N + 1$

Inserção numa skip list

```
INSERE (r, x)
    INSERE-NÍVEL (r, NOVACEL(x, NÍVEL-ALEATÓRIO()), lgN)
    N ← N + 1

INSERE-NÍVEL (p, q, k)
    v ← chave(q)
    se v < chave(prox(p, k))
        se k < nivel(q)
            prox(q, k) ← prox(p, k)
            prox(p, k) ← q
        se k > 0
            INSERE-NÍVEL (p, q, k − 1)
    senão
        INSERE-NÍVEL (prox(p, k), q, k)
```

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x), que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x.

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x), que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x.

2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
$\triangleright$ ocupa espaço linear

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x), que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x.

2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
$\triangleright$ ocupa espaço linear

3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x), que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x.

2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
$\triangleright$ ocupa espaço linear

3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.

4. Mostre que o número esperado de elementos no nível $i - 1$ entre dois elementos consecutivos do nível i é dois.

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x), que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x.

2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
$\triangleright$ ocupa espaço linear

3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.

4. Mostre que o número esperado de elementos no nível $i - 1$ entre dois elementos consecutivos do nível i é dois.

5. Conclua que o número esperado de comparações em uma busca, inserção ou remoção é $O(\lg N)$.