

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

Skip Lists

Sedgewick, sec 13.5

Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

Objetivo:

tornar a **busca em uma lista ligada ordenada** mais eficiente.

Skip Lists

Sedgwick, sec 13.5

Skip lists: aprimoramento sobre listas ligadas.

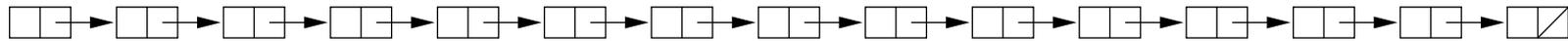
Objetivo:

tornar a **busca em uma lista ligada ordenada** mais eficiente.

Ferramenta usada: aleatoriedade.

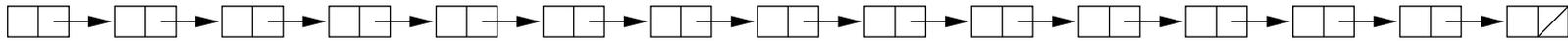
De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

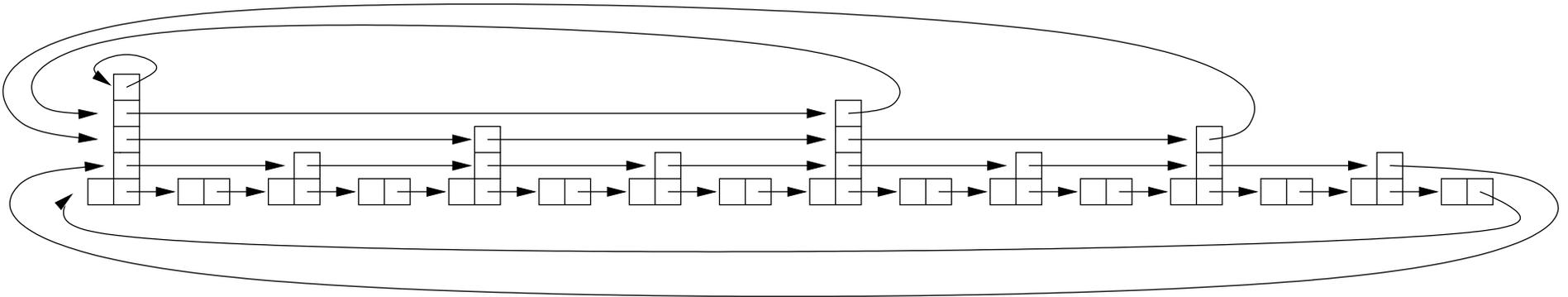


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

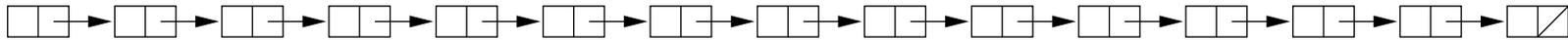


Uma extensão:

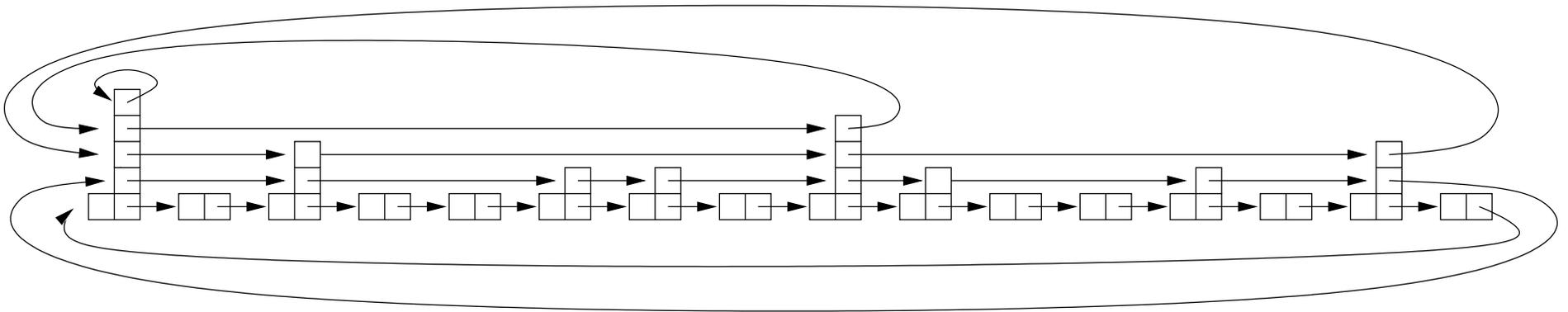


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:

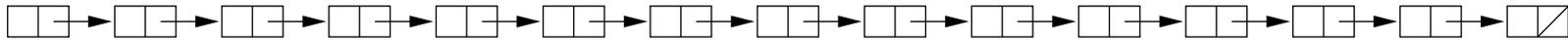


Uma skip list:

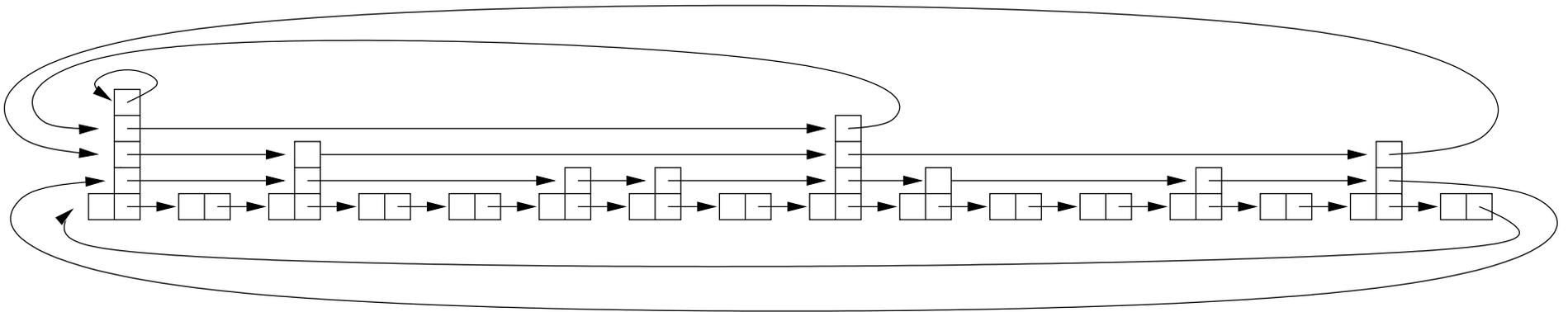


De onde elas vêm?

Uma lista ligada:



Uma skip list:

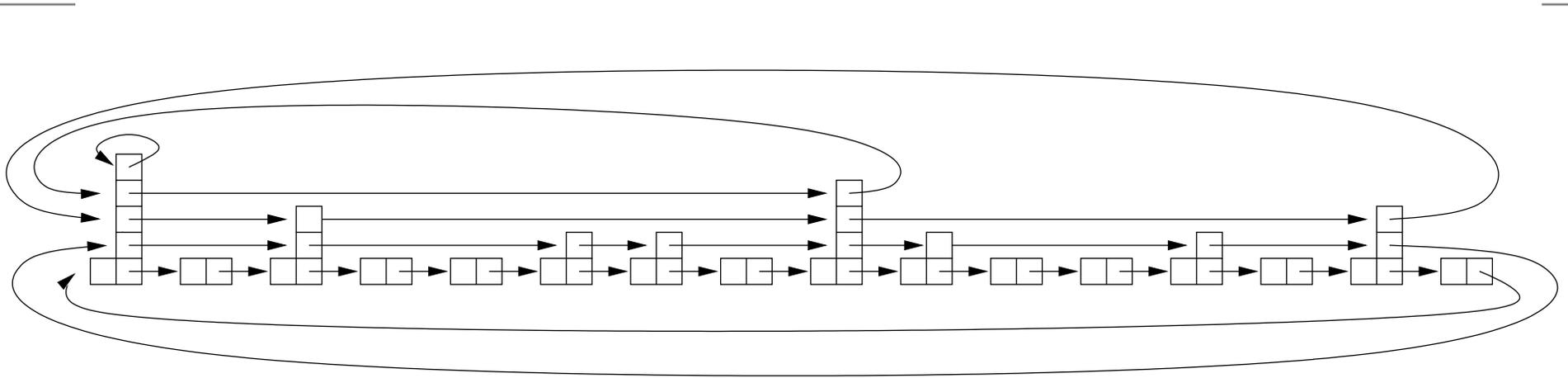


Resultado:

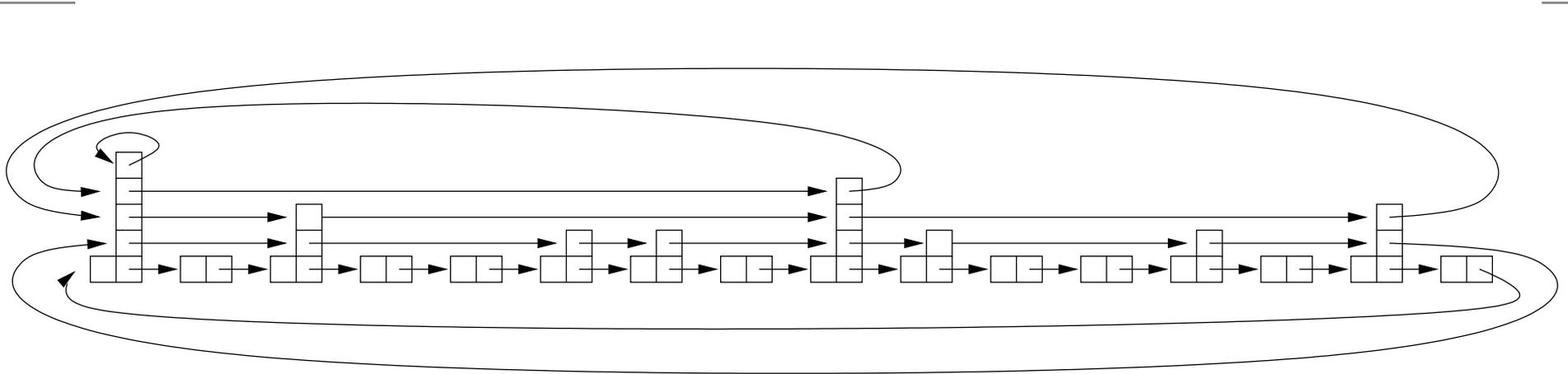
Lista ordenada com busca, inserção e remoção

em tempo esperado $O(\lg n)$.

Skip Lists

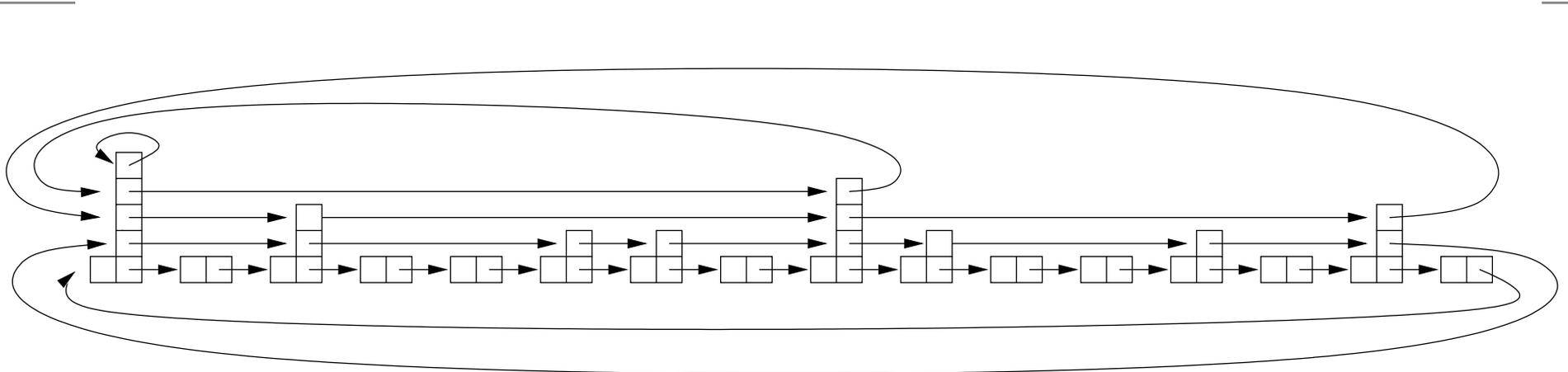


Skip Lists



Idéia: Ao inserir x na skip list, escolhemos aleatoriamente o número de apontadores de célula que vai conter x .

Skip Lists

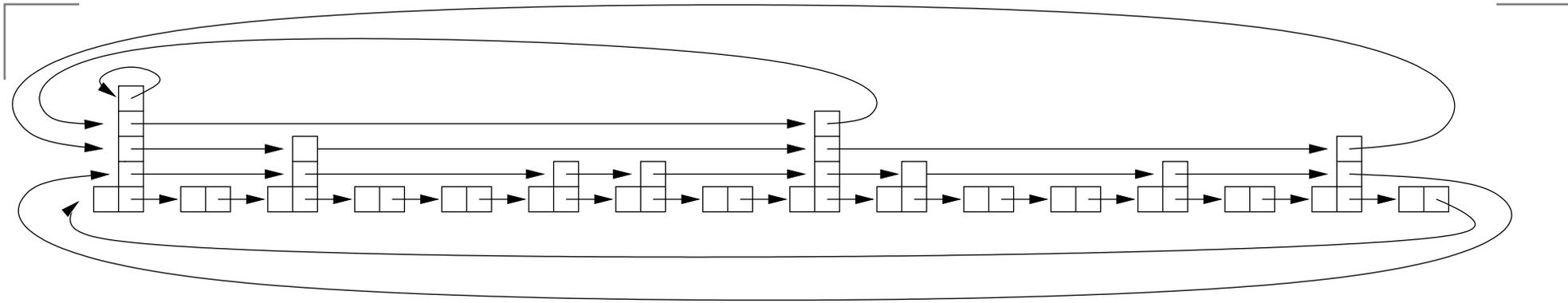


Idéia: Ao inserir x na skip list, **escolhemos aleatoriamente o número de apontadores de célula** que vai conter x .

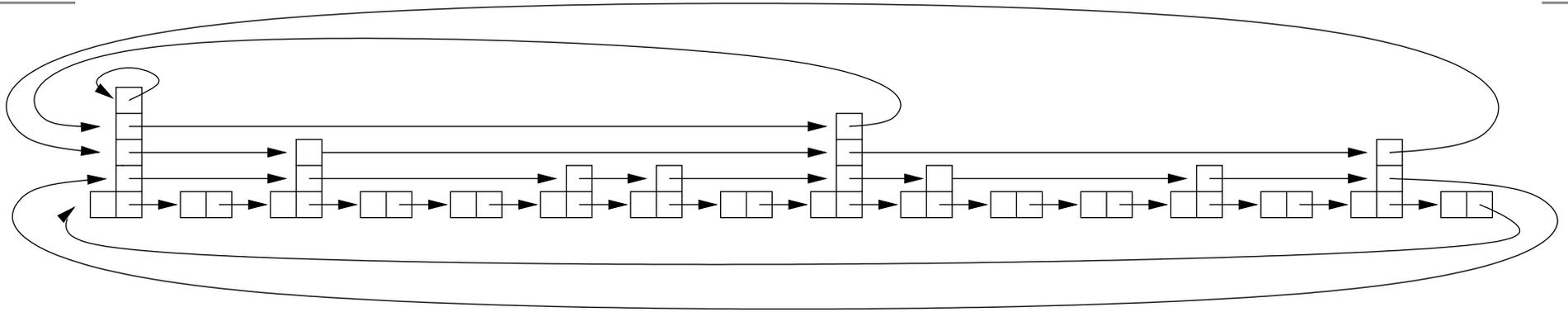
A escolha é feita de modo a preservar as proporções de apontadores por nível: se há N células na skip list,
o **número esperado de apontadores** no nível 0 é N ;
o número esperado de apontadores no nível 1 é $N/2$;
o número esperado de apontadores no nível 2 é $N/4$;
o número esperado de apontadores no nível 3 é $N/8$;

e assim por diante...

Skip Lists

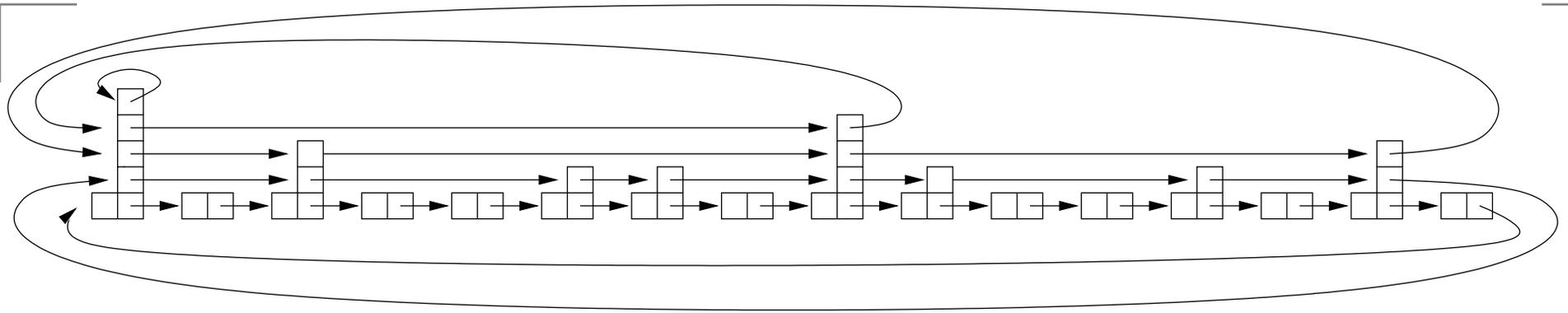


Skip Lists



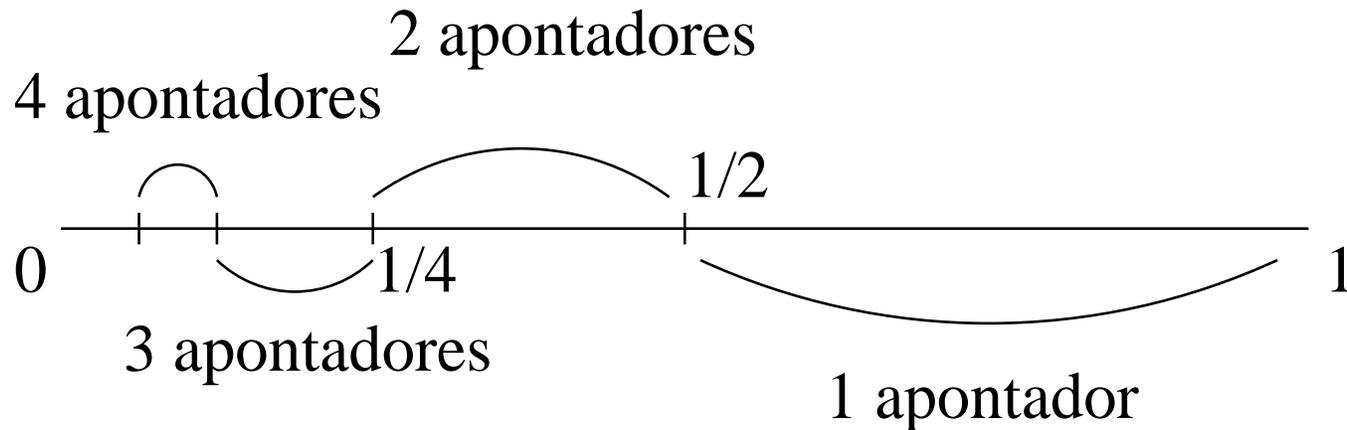
Ou seja, o número de apontadores (**nível**) da nova célula é k , com probabilidade $1/2^k$.

Skip Lists



Ou seja, o número de apontadores (**nível**) da nova célula é k , com probabilidade $1/2^k$.

t : número aleatório entre 0 e 1



Escolha do nível

$\lg N_{\max}$ = nível máximo permitido

$\lg N$ = nível máximo existente no momento

NÍVEL-ALEATÓRIO ()

1 $t \leftarrow \text{RAND}()$ ▷ número aleatório em $[0..1)$

2 $i \leftarrow 0$

3 $j \leftarrow 1$ ▷ $j = 2^i$

4 **enquanto** $i < \lg N_{\max}$ **e** $t \leq 1/j$ **faça**

5 $j \leftarrow 2j$

6 $i \leftarrow i + 1$

7 **se** $i > \lg N$

8 **então** $\lg N \leftarrow i$

9 **devolva** i

Busca numa skip list

BUSCA (r, x)

1 **devolva** BUSCA-NÍVEL ($r, r, x, \lg N$)

Busca numa skip list

BUSCA (r, x)

1 **devolva** BUSCA-NÍVEL ($r, r, x, \lg N$)

BUSCA-NÍVEL (r, p, x, k)

1 **se** $x = chave(prox(p, k))$

2 **devolva** $prox(p, k)$

3 **se** $x < chave(prox(p, k))$

4 **se** $k = 0$

5 **devolva** NIL

6 **senão**

7 **devolva** BUSCA-NÍVEL ($r, p, x, k - 1$)

8 **senão**

9 **devolva** BUSCA-NÍVEL ($r, prox(p, k), x, k$)

Inserção numa skip list

INSERE (r, x)

1 INSERE-NÍVEL ($r, \text{NOVACEL}(x, \text{NÍVEL-ALEATÓRIO}()), \lg N$)

2 $N \leftarrow N + 1$

Inserção numa skip list

INSERE (r, x)

- 1 INSERE-NÍVEL ($r, \text{NOVACEL}(x, \text{NÍVEL-ALEATÓRIO}()), \lg N$)
- 2 $N \leftarrow N + 1$

INSERE-NÍVEL (p, q, k)

- 1 $v \leftarrow \text{chave}(q)$
- 2 **se** $v < \text{chave}(\text{prox}(p, k))$
- 3 **se** $k < \text{nível}(q)$
- 4 $\text{prox}(q, k) \leftarrow \text{prox}(p, k)$
- 5 $\text{prox}(p, k) \leftarrow q$
- 5 **se** $k > 0$
- 6 INSERE-NÍVEL ($p, q, k - 1$)
- 7 **senão**
- 8 INSERE-NÍVEL ($\text{prox}(p, k), q, k$)

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x) , que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x .

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x) , que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x .
2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
 - ▷ ocupa espaço linear

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x) , que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x .
2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
▷ ocupa espaço linear
3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x) , que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x .
2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
▷ ocupa espaço linear
3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.
4. Mostre que o número esperado de elementos no nível $i - 1$ entre dois elementos consecutivos do nível i é dois.

Exercícios

1. Escreva o REMOVE (r, x) , que remove de uma skip list apontada por r a célula cujo conteúdo é x .
2. Mostre que o número esperado de apontadores em uma skip list em que ocorreram N inserções é $O(N)$.
▷ ocupa espaço linear
3. Mostre que o número esperado de níveis em uma skip list que sofreu N inserções é $O(\lg N)$.
4. Mostre que o número esperado de elementos no nível $i - 1$ entre dois elementos consecutivos do nível i é dois.
5. Conclua que o número esperado de comparações em uma busca, inserção ou remoção é $O(\lg N)$.