Casco Convexo

Um conjunto S de pontos do plano é convexo se, para quaisquer dois pontos x e y de S, o segmento entre x e y está totalmente contido em S.

O casco convexo de um conjunto Q de pontos do plano é o menor conjunto convexo que contém todos os pontos de Q.

Problema: Dados n pontos do plano, determinar o casco convexo deles.

Algoritmo de Graham:

Entrada: um inteiro n e um vetor $p[1\,..\,n]$, com as coordenadas dos n pontos.

Saída: um vetor $q[1\,..\,t]$ com os t vértices do casco convexo.

Algoritmo de Graham

Primeira fase: rearranje $p[1\,..\,n]$ de modo que

- $p[1]$ seja o ponto mais ao sul no plano;
- $p[2\,..\,n]$ estejam ordenados de acordo com o ângulo entre a reta horizontal passando por $p[1]$ e a reta passando por $p[1]$ e por $p[i]$, para $i = 2, \ldots, n$.

Exemplo:

Tempo consumido: $O(n \log n)$

Algoritmo de Graham

Casco Convexo (p, n)

Inicializa(St, t)
Empilha$(St, t, 1)$
Empilha$(St, t, 2)$
para $i \leftarrow 3$ **até** n **faça**
  enquanto Ângulo$(p, St[t-1], St[t], i) \geq 180^o$ **faça**
    Desempilha(St, t)
  Empilha(St, t, i)
devolva $St[1\,..\,t]$

Ângulo (p, i, j, k) devolve o ângulo no sentido horário entre a semireta que começa em $p[j]$ e passa por $p[i]$ e a semireta que começa em $p[j]$ e passa por $p[k]$.

Algoritmo de Graham

Casco Convexo (p, n)

Inicializa(St, t)
Empilha$(St, t, 1)$
Empilha$(St, t, 2)$
para $i \leftarrow 3$ **até** n **faça**
  enquanto Ângulo$(p, St[t-1], St[t], i) \geq 180^o$ **faça**
    Desempilha(St, t)
  Empilha(St, t, i)
devolva $St[1\,..\,t]$

Quanto tempo consome o algoritmo de Graham em função de n?