MAC 338 – Análise de Algoritmos
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2005
Terceira Prova – 1 de julho

1. [3,0 pontos] Uma seqüência de n operações é executada em uma estrutura de dados. A i-ésima operação custa i se i é uma potência de 2 e 1 caso contrário. Determine o custo amortizado por operação.

2. [3,5 pontos] Considere uma seqüência de n números $x_1, \ldots, x_n$, com n par. Chamamos uma partição $\mathcal{P}$ de $\{x_1, \ldots, x_n\}$ em $n/2$ pares de um *emparelhamento* de $x_1, \ldots, x_n$. Dado um emparelhamento $\mathcal{P}$ de $x_1, \ldots, x_n$, denotamos por $somax(\mathcal{P})$ o maior valor de $x_i + x_j$ onde $\{x_i, x_j\} \in \mathcal{P}$.

   Projete um algoritmo que receba uma seqüência de n números $x_1, \ldots, x_n$ com n par e devolva um emparelhamento $\mathcal{P}$ de $x_1, \ldots, x_n$ tal que $somax(\mathcal{P})$ é mínimo. Seu algoritmo deve consumir tempo $O(n \lg n)$. Mostre que o seu algoritmo de fato produz uma resposta correta.

3. [3,5 pontos]

   (a) [0,5 ponto] Defina algoritmo polinomial. Defina problema de decisão. Defina a classe P.

   (b) [1,0 ponto] Defina certificado curto. Defina verificador polinomial. Defina a classe NP.

   (c) [1,0 ponto] Explique informalmente o que significa um problema ser NP-completo. Do ponto de vista prático, qual é a relevância de se determinar que um certo problema é NP-completo.

   (d) [1,0 ponto] Seja $G = (V, E)$ um grafo. Uma *3-coloração* de G é uma função $c : V \to \{1, 2, 3\}$ tal que $c(u) \neq c(v)$, para toda aresta $uv \in E$.

   Considere o

   > **Problema** 3-COLORAÇÃO**:** Dado um grafo, determinar se ele tem ou não uma 3-coloração.

   Mostre que o 3-COLORAÇÃO está em NP.

BOA SORTE e BOAS FÉRIAS!