MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação
Primeiro semestre de 2004

Lista 4

Devolução dos exercícios 2, 6, 10 e 11: 29 de abril.

1. Construa a árvore de decisão para o algoritmo Mergesort para $n = 4$. Quais as permutações de pior caso? Construa a árvore de decisão para o algoritmo Quicksort (versão não-probabilística) para $n = 3$. Quais as permutações de pior caso?

2. **(Exercício 9.1-1/8.1-1 do CLR/CLRS)** Qual é a menor profundidade possível de uma folha em uma árvore de decisão para um algoritmo de ordenação? Qual é a informação que você conclui sobre algoritmo relacionada a este número?

3. Exercícios 9.1-2 (8.1-2) e 9.1-3 (8.1-3) do CLR (CLRS).

4. **(Exercício 9.1-4 do CLR)** Professor Ludovico afirma que o limite inferior de $\Omega(n \log n)$ para ordenação de n números não se aplica ao seu ambiente de programação. No seu ambiente, o fluxo de controle do programa pode dividir-se em três depois de uma única comparação $a_i : a_j$, dependendo de qual dos três seguintes casos ocorre: $a_i < a_j, a_i = a_j$ ou $a_i > a_j$. Mostre que o professor está errado, provando que o número de "super" comparações requeridas para ordenar n elementos ainda é $\Omega(n \log n)$.

5. Mostre que qualquer algoritmo de busca baseado em comparações faz no pior caso pelo menos $\lceil \log n \rceil$ comparações. Um algoritmo de busca é um algoritmo que determina uma posição em que um elemento x aparece em um dado vetor $v[0\,..\,n-1]$. Um algoritmo de busca baseia-se em comparações se o seu fluxo de controle depende apenas de comparações envolvendo elementos do vetor e x.

6. **(Exercício 9.2-5 do CLR)** Descreva um algoritmo que, dados n inteiros no intervalo 1 até k, preprocesse sua entrada e então responda em $O(1)$ qualquer consulta sobre quantos dos n inteiros dados caem em um intervalo $[a\,..\,b]$. O preprocessamento efetuado pelo seu algoritmo deve executar em tempo $O(n + k)$.

7. Seja k um inteiro positivo fixo. Mostre como ordenar n inteiros no intervalo de 1 até n^k em tempo $O(n)$.

8. Qual a diferença de consumo de tempo entre uma busca binária em um vetor com n componentes e uma uma busca binária em um vetor com n^2 componentes?

9. **(Exercício 10.2-1 do CLR)** Escreva uma versão iterativa (não-recursiva) do `seleciona` aleatório (o `randomized-selection` do CLR).

10. **(Exercício 10.3-5 do CLR)** Dado um algoritmo linear "caixa-preta" para encontrar uma mediana de um vetor, dê um algoritmo simples, linear, que resolve o problema do k-ésimo mínimo.

11. **(Exercício 10.3-8 do CLR)** Sejam $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ dois vetores, cada um contendo n números ordenados. Dê um algoritmo $O(\log n)$ para encontrar a mediana de todos os $2n$ elementos nos vetores X e Y.

12. **(Exercício 10.3-1 do CLR)** No `seleciona`, os elementos da seqüência são divididos em grupos de 5. O algoritmo continua linear se dividirmos os elementos em grupos de 7? E em grupos de 3?