MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2002

Lista 5

1. **Exercício 6-2 do CLR** (coloquei uma cópia no xerox).

2. **(Exercício 10.1-1 do CLR)** Mostre que o segundo menor elemento dentre n elementos pode ser encontrado em $n + \lceil \lg n \rceil - 2$ comparações no pior caso. (Dica: use uma estratégia como a do `mergesort`.)

3. **(Exercício 10.1-2 do CLR)** Mostre que $\lceil 3n/2 \rceil - 2$ comparações são necessárias no pior caso para encontrar o máximo e o mínimo de n números. (Dica: considere quantos números são potencialmente ou o máximo ou o mínimo e investigue como uma comparação afeta esse contador.)

4. **(Exercício 10.2-1 do CLR)** Escreva uma versão iterativa (não-recursiva) do `seleciona` aleatório (o `randomized-selection` do CLR).

5. **(Exercício 10.3-1 do CLR)** No `seleciona`, os elementos da seqüência são divididos em grupos de 5. O algoritmo continua linear se dividirmos os elementos em grupos de 7? E em grupos de 3?

6. **(Exercício 10.3-5 do CLR)** Dado um algoritmo linear "caixa-preta" para encontrar uma mediana de um vetor, dê um algoritmo simples, linear, que resolve o problema do k-ésimo mínimo.

7. **(Exercício 10.3-8 do CLR)** Sejam $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ dois vetores, cada um contendo n números ordenados. Dê um algoritmo $O(\log n)$ para encontrar a mediana de todos os $2n$ elementos nos vetores X e Y.

8. **(Exercício 31.2-1 do CLR)** Use o método de Strassen para calcular o produto das seguintes matrizes:
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$
Mostre os seus cálculos.

9. **(Exercício 31.2-3 do CLR)** Qual é o maior k tal que se você multiplicar matrizes 3×3 usando k multiplicações, então você pode multiplicar matrizes $n \times n$ em tempo assintoticamente melhor que $\Theta(n^{\lg 7})$ (mais precisamente, em tempo $o(n^{\lg 7})$)? Qual seria o tempo de execução deste algoritmo (em notação assintótica)?

10. **(Exercício 31.2-6 do CLR)** Mostre como multiplicar números complexos $a + bi$ e $c + di$ usando apenas três multiplicações reais. O seu algoritmo deve ter os números a, b, c e d como entrada, e produzir como saída dois números reais: a parte real, $ac - bd$, e a parte imaginária, $ad + bc$, do produto.

Entregue no dia 3/10 os exercícios 10.3-1, 10.3-5, 10.3-8 e 31.2-3.