Complexidade Computacional

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2002

Prova 1

Escolha quatro das cinco questões abaixo e resolva. (Não apresente resposta para as cinco questões ou uma delas, escolhida arbitrariamente, será ignorada.)

1. (valor: 2.5 pontos) Descreva uma MT que decide em espaço $O(\log n)$ a linguagem

   $$L := \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém o mesmo número de 0s e 1s}\}.$$

   Explique brevemente por que sua máquina de fato decide L e por que consome tempo $O(\log n)$.

   Qual é a complexidade de tempo da sua MT? (Use adequadamente a notação $O(.)$ para responder, dando a melhor estimativa que você puder.)

2. (valor: 2.5 pontos) Uma **máquina de Turing com fita infinita** é similar a uma MT convencional porém sua fita é infinita tanto para a esquerda quanto para a direita. Podemos assumir que as células da fita de uma MT com fita infinita são indexadas por $\mathbf{Z}$ em vez de $\mathbf{N}$ (ou seja, por $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$).

   Suponha que no início da computação todas as células da fita de uma MT com fita infinita estejam com branco e que a entrada esteja sempre posicionada na fita a partir da célula 0. Suponha também que a cabeça de leitura comece sempre sob a célula 0.

   Mostre como simular uma MT com fita infinita usando uma MT convencional com duas fitas. Certifique-se de que você explicou precisa e detalhadamente as partes relevantes da simulação.

3. (valor: 2.5 pontos) Marque **F** para falso, **V** para verdadeiro e **O** para não se sabe. Justifique brevemente cada uma de suas respostas.

   ( ) $\mathrm{TIME}(2n) \subseteq \mathrm{NTIME}(n)$.

   ( ) $\mathrm{NTIME}(n) \subseteq \mathrm{TIME}(n)$.

   ( ) Seja L uma linguagem sob o alfabeto $\{0,1\}$. Existe uma MTND que decide L se e somente se existe uma MT que decide L.

4. (valor: 2.5 pontos) Na aula, vimos a descrição de uma MTND para o problema da $s-t$ conexidade. Para simplificar a descrição da MTND, assumimos que o conjunto de vértices do grafo é $\{1, \ldots, n\}$ e denotamos a matriz de adjacência do grafo por a. Assim, a máquina, para o caso especial em que $s = 1$ e $t = n$, pode ser descrita pelo seguinte programa:

   ```
   i := 1;
   repita para sempre
     escolha j aleatoriamente em {1,...,n};
     se a[i][j] = 0
       então pare com ‘‘não’’;
       senão se j = n
               então pare com ‘‘sim’’;
     i := j;
   ```

   O programa acima pode ser implementado por uma MTND com três fitas em espaço $O(\log n)$: na primeira fita fica armazenada a entrada, na segunda armazena-se o valor de i em binário e na terceira, o valor de j em binário.

   Essa máquina nem sempre pára. Descreva como modificar o programa, e portanto a máquina, para que ela sempre pare. A máquina resultante deve ainda operar em espaço $O(\log n)$. Justifique sua resposta.

   Dica: Lembre-se que todo caminho tem comprimento menor que n, onde n é o número de vértices do grafo.

5. (valor: 2.5 pontos) Descreva um programa RAM que calcula n^n dado n como entrada. Qual é a complexidade de tempo e espaço do seu programa de acordo com os critérios uniforme e logarítmico?