MAC 5722 – Complexidade Computacional

Quarta lista de exercícios

Exercício 1
Mostre que a classe **P** é fechada sob união e intersecção. Mostre o mesmo para **NP**.

Exercício 2
Uma máquina de Turing com *fita de testemunhas* é uma máquina de Turing com uma fita a mais, chamada fita de *testemunhas*. O único movimento permitido nessa fita é andar à direita. Na configuração inicial dessas máquinas, a entrada x é colocada, como sempre, na Fita 1, e um string y é colocado na fita de testemunhas. O string y é chamado de *testemunha*.

Uma máquina de Turing com *fita de testemunhas* M decide uma linguagem L se, para cada entrada x, x está em L se e somente se existe uma testemunha y para a qual a computação de M pára em *SIM*.

Uma máquina de Turing com *fita de testemunhas* M opera em tempo $f(n)$ se qualquer computação de M termina em no máximo $f(|x|)$ passos para qualquer entrada x e qualquer testemunha y.

Uma máquina de Turing com *fita de testemunhas* M opera em espaço $f(n)$ se M nunca gasta espaço maior do que $f(|x|)$ para qualquer entrada x e qualquer testemunha y. Neste espaço o tamanho da testemunha não é computado.

Mostre que $L \in \mathbf{NTIME}(f(n))$ se e somente se L por ser decidida por uma máquina de Turing com fita de testemunhas em tempo $f(n)$. Mostre o mesmo para $L \in \mathbf{NSPACE}(f(n))$.

Exercício 3 (8.4.2)
Uma *redução linear* R deve completar a sua computação com $R(x)$ na fita de saída em $O(|x|)$ passos. Prove que não existe problema **P**-completo sob redução linear.

Exercício 4 (8.4.3)
Prove que as classe **P**, **NP**, *co***NP**, **L**, **NL**, **PSPACE** e **EXP** são fechadas sob redução. (A classe **EXP** é a união, para todo inteiro $k > 0$, das classes $\mathbf{TIME}(2^{n^k})$.)

Exercício 5 (8.4.7)

(a) Mostre que CIRCUIT VALUE continua P-completo mesmo quando o circuito é planar. (Mostre que fios podem se cruzar sem impedir o cálculo do valor do circuito.)

(b) Mostre que CIRCUIT VALUE pode ser resolvido em espaço logarítmico se o circuito é planar e monotônico (sem portas NOT).

De (b), é bom que a sua redução em (a) use portas NOT.

Exercício 6 (8.4.8)

(a) Chamamos uma função $\kappa : \Sigma \to \Sigma$ (não necessariamente bijetora) de uma *codificação*. Se $x = \sigma_1 \ldots \sigma_n \in \Sigma^*$, definimos $\kappa(x) := \kappa(\sigma_1) \ldots \kappa(\sigma_n)$. Finalmente, se $L \subseteq \Sigma^*$ é uma linguagem, defina $\kappa(L) = \{\kappa(x) : x \in L\}$. Mostre que a classe NP é fechada sob codificações.

(b) Em contraste, a classe P provavelmente não é fechada sob codificações, mas evidentemente, dado o item acima, não conseguimos mostrar isso sem provar que P$\neq$NP. Mostre o melhor que conseguimos: Mostre que P é fechada sob codificações se e somente se P=NP. (Use SAT.)