MAC 5710 - Estruturas de Dados e sua Manipulação
Primeiro semestre de 2001

Lista 4

1. Mostre qual é a árvore de busca ótima para o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, considerando

$$p_1 = \frac{1}{3}, \quad p_2 = \frac{1}{7}, \quad p_3 = \frac{1}{4}, \quad p_4 = \frac{1}{42}, \quad p_5 = \frac{1}{4}.$$

   Suponha que não ocorrerão buscas mal-sucedidas (ou seja, ignore os q_j's).

2. Considere o conjunto $\{1, 2, 3\}$ com as seguintes probabilidades de acesso

$$q_0 = \frac{1}{20}, \quad p_1 = \frac{1}{5}, \quad q_1 = \frac{1}{10}, \quad p_2 = \frac{2}{5}, \quad q_2 = \frac{1}{20}, \quad p_3 = \frac{3}{20}, \quad q_3 = \frac{1}{20}.$$

   (a) Qual é o número esperado de comparações **com chaves** para cada uma das 5 possíveis árvores de busca com os três elementos 1, 2 e 3?

   (b) Qual é a árvore ótima (ou quais são)?

3. Prove que a altura de uma B-árvore de parâmetro 2 (cada nó interno, exceto a raiz, tem pelo menos 3 filhos e no máximo 5 filhos) é no máximo $\lceil \log_3 n \rceil$, onde n é o número de nós da árvore.

4. Deduza um limite superior justo para o número de nós de uma B-árvore com parâmetro n (cada nó interno, exceto a raiz, tem pelo menos $n + 1$ filhos e no máximo $2n + 1$ filhos) e altura h.

5. Mostre como fica a B-árvore para $n = 2$ que resulta da inserção das chaves

$$F \quad S \quad Q \quad K \quad C \quad L \quad H \quad T \quad V \quad W \quad M \quad R \quad N \quad P \quad A \quad B \quad X \quad Y \quad D \quad Z \quad E$$

   Desenhe apenas as árvores imediatamente após algum nó se dividir.

6. Considere as duas possíveis estruturas de dados que vimos em aula para representar coleção de conjuntos disjuntos: listas ligadas e árvores disjuntas. Mostre a situação de cada uma delas e o resultado dos `acha_representante` no seguinte programa.

```
for (i=0; i<16; i++)
  x[i] = cria_conjunto(i);
for (i=0; i<15; i+=2)
  uniao(x[i], x[i+1]);
for (i=0; i<13; i+=4)
  uniao(x[i], x[i+2]);
uniao(x[1],x[5]);
uniao(x[10],x[14]);
uniao(x[0],x[9]);
acha_representante(x[7]);
acha_representante(x[15]);
```