MAC 5727 - Algoritmos de Aproximação

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2000

Lista 4

Devolução: 12 de maio de 2000

1. Considere a 1/2-aproximação probabilística apresentada em aula para o MAXSAT. Seja W o peso esperado da solução produzida por essa 1/2-aproximação.

   (a) Descreva um algoritmo para calcular a esperança condicional

   $$E[W|x_1 = a_1, x_2 = a_2, \ldots, x_i = a_i],$$

   onde cada $a_i \in \{TRUE, FALSE\}$.

   (b) Mostre um exemplo justo para essa 1/2-aproximação, ou seja, mostre um exemplo (ou uma família de exemplos) que comprove que não é possível demonstrar que a 1/2-aproximaçãoo vista em aula é uma α-aproximação, qualquer que seja $\alpha < 1/2$, α constante.

   (c) Mostre que na 1/2-aproximação não é essencial atribuir valores *TRUE* ou *FALSE* para as variáveis independentemente. Em particular, mostre que é suficiente escolher com probabilidade 1/2 entre as duas atribuições: $x_i =$ *TRUE* para todo i e $x_i =$ *FALSE* para todo i.

2. Use o método das esperanças condicionais para tornar determinística a $(1-1/e)$-aproximação para o MAXSAT vista em aula. Descreva o correspondente algoritmo determinístico, argumente que ele de fato pode ser implementado em tempo polinomial e que ele é uma $(1-1/e)$-aproximação.

3. Considere o seguinte algoritmo probabilístico para o MAXSAT:

   se random$(1/2) = 1$

       então devolva a atribuição calculada pela 1/2-aproximação,

       senão devolva a atribuição calculada pela $(1-1/e)$-aproximação.

   O algoritmo acima é uma aproximação para o MAXSAT? Se for, qual é o maior α para o qual você pode provar que ele é uma α-aproximação? É possível aplicar o método das esperanças condicionais para tornar determinístico esse algoritmo? Se for, mostre como e discuta o algoritmo determinístico obtido.