MAC 5727 - Algoritmos de Aproximação

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2000

Lista 3 - Opcional

1. Considere o Problema do Multicorte Mínimo em Árvores. Se, para toda instância deste, existisse um vértice que se escolhido como raiz da árvore fosse tal que $lca(s_i, t_i) = s_i$ ou t_i para todo i, o que você poderia afirmar sobre o método primal-dual apresentado em aula para este problema?

2. Descreva precisamente uma implementação polinomial do método primal-dual apresentado em aula para o Problema da Floresta de Steiner Mínima. Analise e conclua qual é a complexidade de tempo da sua implentação.

3. O *Problema do Caminho Mínimo* consiste do seguinte: dado um grafo $G = (V, E)$, comprimentos $c_e \geq 0$ para toda aresta e em G e um par de vértices s e t de G, determinar um caminho de s a t em G de comprimento mínimo.

   Defina $f(S)$, para cada $S \subseteq V$, adequadamente para que a formulação usada em aula para o Problema da Floresta de Steiner Mínima descreva o Problema do Caminho Mínimo. Se aplicarmos o método primal-dual ao Problema do Caminho Mínimo de forma semelhante à forma descrita em aula para o Problema da Floresta de Steiner Mínima, qual é a melhor razão de aproximação que você consegue mostrar para o algoritmo obtido? Este algoritmo lhe lembra algum algoritmo que você conheça para resolver o Problema do Caminho Mínimo?

4. O *Problema da T-Junção Mínima* consiste do seguinte: dado um grafo conexo $G = (V, E)$, custos $c_e \geq 0$ para toda aresta e em G e um conjunto T de cardinalidade par, encontrar um conjunto de arestas L de custo mínimo tal que no subgrafo induzido por L um vértice tem grau ímpar se e somente se ele está em T.

   Mostre como o método primal-dual pode ser usado para obtermos uma 2-aproximação para o Problema da T-Junção Mínima. [*Dica:* use a mesma formulação usada para o Problema da Floresta de Steiner Mínima, apenas mudando a definição de $f(S)$. A partir desta formulação, aplique a mesma idéia.]

5. Considere o LP obtido da relaxação da formulação IP apresentada em aula para o Problema do Multicorte Mínimo:

$$\begin{array}{lrcl} \min \displaystyle\sum_{e \in E} c_e x_e & & & \\ \text{sujeito a} & \displaystyle\sum_{e \in P} x_e & \geq & 1 \quad \text{para todo } P \in \mathcal{P}_i \text{ e } i = 1, \ldots, k \\ & x_e & \geq & 0 \quad \text{para toda } e \in E \end{array}$$

   onde $\mathcal{P}_i$ é o conjunto de todos os caminhos de s_i a t_i em G, para $i = 1, \ldots, k$.

   Descreva um algoritmo que, dado x_e para toda aresta e de G, verifica em tempo polinomial se os x_e dados satisfazem todas as restrições do LP acima. Qual é a complexidade do seu algoritmo?