MAC 5727 - Algoritmos de Aproximação

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2000

Lista 2

Devolução: 5 de abril de 2000

1. Considere o seguinte algoritmo guloso para o problema da cobertura de vértices de peso mínimo (WVC): escolha um vértice v de G tal que $w(v)/d(v)$ é mínimo, inclua-o à cobertura e remova-o de G. Repita o processo até que o grafo G fique vazio. No algoritmo, $d(v)$ denota o grau de v no grafo corrente G, não no grafo inicial G.

   Prove que o algoritmo acima é uma H_Δ-aproximação para WVC, onde Δ é o grau máximo de G. Mostre um exemplo que prova que esta análise é justa.

2. Considere o algoritmo acima para o problema da cobertura de vértices de tamanho mínimo (VC). (Ele se resume a escolher o vértice de G de grau máximo, inclui-o à cobertura e removê-o de G, repetindo o processo até que o grafo G fique vazio.)

   Qual é a razão de aproximação do algoritmo neste caso? Mostre um exemplo que prova que a sua resposta é justa.

3. Considere o seguinte problema, que chamaremos de *Cobertura por Retângulos* (CR).

   Instância: Uma coleção de retângulos $I = \{R_1, \ldots, R_n\}$ no plano tal que cada retângulo está alinhado com os eixos, ou seja, todos os lados são verticais ou horizontais. Note que retângulos podem se sobrepor.

   Solução viável: Uma coleção de pontos $P = \{p_1, \ldots, p_m\}$ tal que cada retângulo em I contém pelo menos um ponto de P.

   Objetivo: Minimize $|P|$.

   Descreva o melhor algoritmo de aproximação que você puder para este problema.