MAT5014 - 1o. Semestre de 2024

1a. lista de exercícios – adendo

No exercício 1 da primeira lista eu fiz referência ao termo "funções harmônicas". Lembro que uma função u de classe C^2, definida em um aberto de $\mathbb{R}^2$ e a valores complexos, é **harmônica** se

$$\Delta u \doteq \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

A teoria das funções harmônicas é vasta e muito bonita. Para nós, aqui, só precisamos dos dois seguintes fatos:

1. Toda função holomorfa é harmônica;

2. Se g é uma função holomorfa então $z \mapsto g(\bar{z})$ é harmônica.

De volta ao exercício 1: seja $f \in L^2(T)$ e escreva $f = b_\Delta(F) + b_{\Delta^0}(G)$, valores de fronteira tomados, como sempre, no sentido de L^2. Aqui $F \in \mathcal{O}(\Delta)$ e $G \in \mathcal{O}(\Delta^0)$. Então a função

$$u(z) \doteq F(z) + G(1/\bar{z}), \quad z \in \Delta,$$

é harmônica em Δ (por (1) e (2)) e seu valor de fronteira em T, no sentido L^2, é igual a f.

- - - - o o o - - - -