MAC 722 Complexidade Computacional

Prova 1

15 de abril de 1998

1. Descreva um programa RAM que, dado n, computa 2^{2^n} em $O(n)$ passos. Qual é o custo uniforme e o custo logarítmico do seu programa.

2. Seja L uma linguagem em TIME$(n+1)$. O que podemos dizer sobre L?

3. Considere a linguagem $L = \{M | M \text{ sem entrada escreve três 1's consecutivos em alguma fita}\}$. L é recursiva? L é recursivamente enumerável?

4. Seja M uma máquina de Turing não-determinística com uma fita, k estados, que trabalha sobre um alfabeto com s símbolos e que opera em espaço $f(n)$. Suponha que M aceita um string x de comprimento n. Mostre que existe uma computação em M aceitando x em no máximo $kf(n)s^{f(n)}$ passos.

5. Considere que na definição de máquinas de Turing não temos a exigência da existência de marcadores $\triangleright$ nas fitas. As fitas seriam infinitas nos dois sentidos. O cursor da fita de entrada é colocado inicialmente no símbolo mais à esquerda do string de entrada.

   Suponha que M é uma dessas máquinas que, usando uma só fita, decide uma linguagem L em tempo $f(n)$. Descreva, usando a definição usual, uma máquina de Turing M' que decide a mesma linguagem. Estime o tempo $f'(n)$ de M'.

6. **[Extra]** Seja $L = \{M | L(M) \text{ é finita}\}$. Mostre que L não é recursivamente enumerável.

   Sugestão: Seja $H = \{M; x | M \text{ pára com entrada } x\}$. Descreva um algoritmo que dado $M; x$ constrói M' tal que

$$L(M') = \begin{cases} \emptyset & \text{se } M \text{ não pára com entrada } x \\ \Sigma^* & \text{se } M \text{ pára com entrada } x. \end{cases}$$

   Suponha que L é recursivamente enumerável. Seja M_L a máquina que aceita L. Mostre como construir uma máquina de Turing que, usando M_L com entrada M', aceita $\overline{H} = \{M; x | M \text{ não pára com entrada } x\}$.