MAC 722 – Complexidade Computacional

quarta lista de exercícios – Entrega **25 de maio de 1998**

Exercício 1
Prove que a Classe NSPACE($\log n$) (i.e. **NL**) está propriamente contida em PSPACE. (Pelo Teorema da Hierarquia para Espaço, sabemos que SPACE($\log n$) (i.e. **L**) está propriamente contida em PSPACE.)

Exercício 2
Prove que se SPACE(n) $\subseteq$ NP então NP = PSPACE. (De maneira semelhante pode ser provado que que se SPACE(n) $\subseteq$ P então P = PSPACE.)
[**Sugestão.** Assuma que SPACE(n) $\subseteq$ NP e seja L uma linguagem em PSPACE. Seja M uma máquina de Turing determinística que decide L operando em espaço $p(n)$ para algum polinômio p. Considere a linguagem

$$L' := \{w\#^{p(|w|)} \mid w \in L\},$$

onde # é um símbolo que não pertence ao alfabeto de M. Descreva uma máquina de Turing M' que decide L' em espaço linear. Conclua que $L' \in$ NP. Considere uma máquina de Turing não-determinística M'' que decide L' e opera em tempo polinomial. Descreva uma máquina de Turing não-deterministica que decide L em tempo polinomial não-determinístico.
Observação. A técnica usada nesta sugestão de prova é conhecido como *padding* e consiste em concatenar aos elementos de uma linguagem "difícil" de ser decidida um "rabo" que é fácil de ser reconhecido. Este processo aumenta artificialmente o comprimento da entrada, logo a *padded language* é mais fácil de ser decidida do que a linguagem inicial.]

Exercício 3
Prove que NP $\neq$ SPACE(n).
[**Sugestão**. Use o resultado do exercício anterior. (De maneira semelhante pode ser mostrado que P $\neq$ SPACE(n).)]

Exercício 4 *8.4.2*
Uma *redução linear* R deve completar a sua computação com $R(x)$ na fita de saída em $O(|x|)$ passos. Prove que não existe problema P-completo sob redução linear.

Exercício 5 *8.4.3*
Prove que as classe P, NP, coNP, L, NL, PSPACE e EXP são fechadas sob redução.

Exercício 6 *8.4.4*
Mostre que todas as linguagens em TIME($f(n)$) reduzem a $\{M; x \mid M$ aceita x em $f(x)$ passos$\}$, onde $f(n) > n$ é uma função fácil. Esta linguagem está em TIME($f(n)$)?