MAC 374 NOÇÕES DE ESTRUTURAS DE DADOS PARA ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – USP

TERCEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS   PRAZO DE ENTREGA: ATÉ 18/02/98

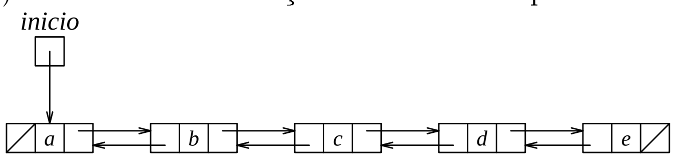
1. Introdução

Entregue os Exercícios 2, 3 e 4 até o dia 18/02/98.

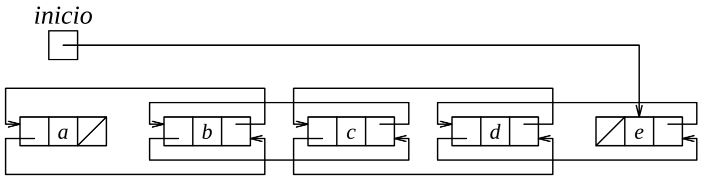
2. Exercícios

1. Descreva detalhadamente como você representaria polinômios a três variáveis x, y e z, cujos graus não são conhecidos e que possuam muitos termos nulos.

   Utilizando essa representação, escreva um algoritmo para determinar a soma S de dois polinômios P e Q (que não devem ser alterados).
2. Escreva um algoritmo que recebe `L` uma lista linear duplamente ligada e inverte essa lista, alterando somente os campos de ligação (`eprox` e `dprox`) e sem utilizar nenhuma estrutura auxiliar (como por exemplo um vetor) ou mover as informações de uma célula para outra.

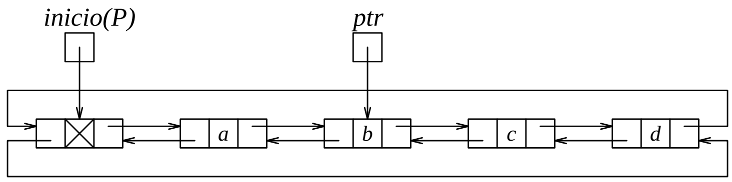


Resultado:

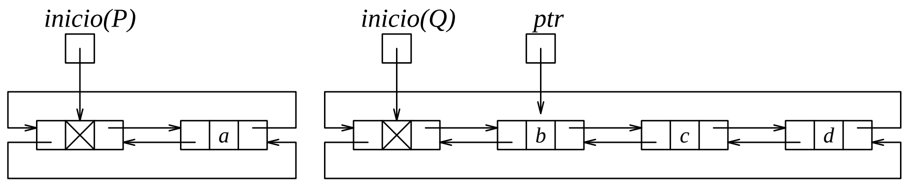


3. Escreva um algoritmo que recebe: `P` uma lista circular duplamente ligada com cabeça de lista e `ptr` um apontador para uma célula desta lista, e quebra a lista `P` na célula apontada por `ptr`, formando `P` e `Q` duas listas circulares duplamente ligadas com cabeça-de-lista como exemplificado abaixo.

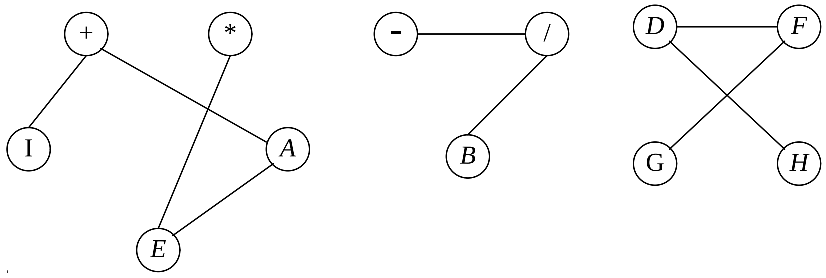
Date: 2 de fevereiro de 1998.



Resultado:



4. Uma relação de equivalência[1] sobre um conjunto pode ser representada por um grafo como aquele que se encontra a seguir:



O grafo acima representa uma relação de equivalência sobre o conjunto $\{+,-,*,/,A,B,D,E,F,G,H,I\}$. Existe uma aresta (linha) ligando dois nós (ou vértices) x e y do grafo se e somente $x \equiv y$ (lê-se x é equivalente a y). As classes de equivalência[2] da relação representada pelo grafo acima são $C_1 = \{+,*,A,E,I\}$, $C_2 = \{-,/,B\}$ e $C_3 = \{D,F,G,H\}$.

Considere um conjunto C com n elementos e uma relação de equivalência sobre C. Escreva um algoritmo que determine os elementos de cada uma das classes de equivalência de C. O seu algoritmo terá duas etapas. Na primeira etapa algumas estruturas de dados representando a relação entre os elementos será construída. Na outra etapa o seu algoritmo determinará as classes de equivalência a partir das informações nestas estruturas.

[1] Uma *relação de equivalência* sobre um conjunto S é um uma relação que é: (i) reflexiva: $x \equiv x$ para todo $x \in S$; (ii) simétrica: se $x \equiv y$ então $y \equiv x$ para todo $x, y \in S$; e (iii) transitiva: se $x \equiv y$ e $y \equiv z$ então $x \equiv z$ para todo $x, y, z \in S$. Por exemplo "=" é uma relação de equivalência.

[2] Se $\equiv$ é uma relação de equivalência sobre um conjunto S, então para todo $x \in S$, a *classe de equivalência* de x é o conjunto $\{y \in S \mid x \equiv y\}$, ou seja, o conjunto dos elementos de S equivalentes a x.

Especificações:

(a) Suponha que os elementos de C estejam armazenados num vetor $C[1..n]$ e que a relação de equivalência seja dada através de m pares de inteiros i e j ($1 \leq i, j \leq n$) significando que $C[i] \equiv C[j]$.
Exemplo: Sejam $n = 12$ e os elementos do conjunto C armazenados num vetor C da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+	−	∗	/	A	B	D	E	F	G	H	I

Se os pares relacionados forem:
(1,5), (4,2), (7,11), (9,10), (8,5), (7,9), (4,6), (3,12) e (12,1),
o algoritmo deverá ter como saída:
As classes de equivalência de C são:
$C_1 = \{+, *, A, E, I\}$
$C_2 = \{-, /, B\}$
$C_3 = \{D, F, G, H\}$

(b) Descreva as estruturas de dados que serão utilizadas pelo seu algoritmo e mostre como elas ficariam para o exemplo acima após a primeira parte do seu algoritmo.

(c) Determine o espaço total utilizado pelo seu algoritmo (em função de n e m).

(d) A complexidade de tempo do seu algoritmo deve ser $O(n + m)$. Justifique, indicando, separadamente, os tempos para cada trecho significativo do seu algoritmo.