MAC 310 MATEMÁTICA CONCRETA

LISTA DE EXERCÍCIOS 8

1. Instruções

Esta lista de exercícios deverá ser entregue até às 18:00 do dia 2 de junho na secretaria do Departamento de Ciência da Computação.

2. Exercícios

1. Encontre a solução geral de cada uma das seguintes relações de recorrência:
   (a) $a_{n+1} = 1.5a_n$, $n \geq 1$, $a_0 = 1$;
   (b) $3a_{n+1} = 4a_n, n \geq 0, a_1 = 5$;
   (c) $2a_n = 3a_{n-1}, n \geq 1, a_4 = 81$;
2. Resolva as seguintes relações de recorrência:
   (a) $a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2}, n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 3$;
   (b) $3a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}, n \geq 1, a_0 = 7, a_1 = 3$;
   (c) $a_{n+2} + 4a_n = 0, n \geq 0, a_0 = a_1 = 1$.
3. Mostre que $F_0+F_1+\cdots+F_n = F_{n+2}$, onde $F_0, F_1, F_2 \ldots$ são os números de Fibonacci (i.e. $F_0 = 0, F_1 = 1$ e $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, n \geq 0$).
4. Resolva as recorrências abaixo usando o método das funções geradoras:
   (a) $a_{n+1} - a_n = 2n + 3, n \geq 0, a_0 = 1$;
   (b) $a_{n+1} - 2a_n = 5, n \geq 0, a_0 = 1$.
5. Resolva a recorrência abaixo onde $n = 2^k$ para algum inteiro positivo k.
$$\begin{aligned} T(1) &= 4 \\ T(n) &= 2T(n/2) + 3n + 2 \text{ para } n > 1. \end{aligned}$$
6. Considere a função $\texttt{random}(a, b)$ que devolve um inteiro k tal que $a \leq k \leq b$. Assumindo que cada chamada da função `random` gasta tempo $\Theta(1)$, descreva um algoritmo aleatório de complexidade de tempo $\Theta(n)$ que dado um vetor $A[1..n]$ permuta os elementos do vetor A aleatoriamente (i.e. cada permutação do vetor A ocorre com probabilidade $1/n!$ como resposta do algoritmo.)